

A Kappatsch.
Frankfurt am Main 1974

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550826_0024

ZUR KOLLEKTIVDYNAMIK DER KERNSPALTUNG

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik der

Johann-Wolfgang-Goethe-Universität

zu Frankfurt am Main

von

Axel Kappatsch

aus

Halle/Saale

Frankfurt/Main

März 1974

THE UNIVERSITY OF LEIDEN

INSTITUT-DE-LEIDEN

187

Verhandlung des Bodenkultursystems der Naturwissenschaften
veröffentlichte die Technische Physik der
Leiden-Versammlung der Naturwissenschaften
in Amsterdam am 1871



1871
1871
1871
1871

1871
1871

Gedruckt mit Genehmigung des Fachbereichs Physik
der Johann-Wolfgang-Goethe-Universität Frankfurt

Dekan :	Prof. Dr. H. Müser
Leiter der Arbeit :	Prof. Dr. W. Greiner
Erstgutachter :	Prof. Dr. W. Scheid
Zweitgutachter :	Prof. Dr. W. Greiner

Tag der mündlichen Prüfung : 24.5.74

INHALTSVERZEICHNIS

<u>1</u>	<u>EINLEITUNG</u>	1
<u>2</u>	<u>ZWEIZENTREN-KOLLEKTIVMODELL</u>	3
2.1	KONZEPT	3
2.2	PARAMETRISIERUNG	5
2.3	HAMILTONOPERATOR	7
<u>3</u>	<u>LÖSUNGSMETHODEN</u>	14
3.1	ZERFALLENDE ZUSTÄNDE	14
3.2	KOMPLEXE DIAGONALISIERUNG	24
3.2.1	Basiszustände	24
3.2.2	Matrixelemente	28
3.2.3	Partialbreiten	30
<u>4</u>	<u>MODELLRECHNUNGEN</u>	33
4.1	ALLGEMEINES	33
4.2	RADIALBEWEGUNG	34
4.3	STANDARD-KORRELATIONEN	36
4.4	FRAGMENTDEFORMATIONEN	39
4.5	NUMERISCHES	43
<u>5</u>	<u>DISKUSSION</u>	45

ANHANG A : GRUNDTENSOREN	48
ANHANG B : FRAGMENTKORRELATIONEN	51
ANHANG C : KOPPLUNGSMATRIXELEMENTE	54
ANHANG D : WINKELVERTEILUNGEN	56
LITERATURVERZEICHNIS	59
ABBILDUNGSVERZEICHNIS	61
ABBILDUNGEN	
TABELLEN	

1 EINLEITUNG

Als Musterbeispiel kollektiven Nukleonenverhaltens wird die Kernspaltung im allgemeinen in Koordinaten beschrieben, die Gestalt und Lage der sich ausbildenden Fragmente parametrisieren. Die aus mikroskopischen Rechnungen resultierenden mehrdimensionalen Potentiale veranschaulichen den Spaltprozeß — sofern vereinfachende Annahmen über die Variation der Massen entlang des Spaltweges gemacht werden, der sich im einfachsten Fall aus dem Minimalweg durch die Potentiallandschaften ergibt. Dieses "statische" Bild der Kernspaltung kann unter Berücksichtigung der Massen durch dynamische Rechnungen modifiziert werden, die den Spaltweg etwa über ein Variationsprinzip festlegen /LP72/. Die Eindimensionalisierung des Parameterraumes durch Einführung eines Spaltweges ist jedoch quantenmechanisch nicht unproblematisch und nur für adiabatische Betrachtungen brauchbar, wo die physikalisch relevanten Größen durch die Konfiguration des Abrißpunktes bestimmt werden. Einen Ausweg für gewisse Probleme (z.B. die Berechnung von Massenverteilungen) bietet die Methode einer Statistik der Spaltwege durch Vorgabe von Monte-Carlo-Startwerten, z.B. am Sattelpunkt /Ha69, Ha71/.

Um Aussagen über Winkelverteilungen und Anregungen der primären Spaltfragmente machen zu können, müssen die durch die Radialbewegung induzierten Veränderungen der Intrinsic-Struktur des spaltenden Kerns in nicht-adiabatischer Weise berücksichtigt werden. Gleichzeitig gilt es, Lebensdauern zu berechnen, die die Zerfallsmöglichkeiten durch die verschiedenen Kanäle einbeziehen, für die unter Umständen sehr unterschiedliche Potentiale und "Spaltwege" gelten.

In dieser Arbeit geht es um ein Modell für den Vielkanalzerfall eines Systems gekoppelter Kollektivanregungen durch mehrdimensionale Potentialbarrieren. Für die Anwendung auf das Spaltproblem wurde es in einer simplifizierten Form verwendet. Die Vereinfachungen betreffen vor allem die Bewegungsformen des Mutterkerns, die Massenkopplungen, die Radialbarriere und die Post-Scission-Wechselwirkungen.

Es wird der Versuch unternommen, die Zustände des spaltenden Kerns in einer Basis zu berechnen, die die Kollektivanregungen der Endkerne enthält (Kapitel 2). Die Ankopplung der intrinsischen Fragmentanregungen ans Kontinuum geschieht mit Hilfe einer komplexen Basis auslaufender Radialwellen, die in Kapitel 3 diskutiert und Streuformalismen gegenübergestellt wird. Die Modellrechnungen des Kapitels 4 demonstrieren in stark schematisierter Form die Aussagen des Modells für einige Beispiele potentieller Energieflächen. Kapitel 5 enthält eine zusammenfassende Diskussion.

2 ZWEIZENTREN-KOLLEKTIVMODELL

2.1 KONZEPT

Zweizentrenmodellen für die Kernspaltung liegt die Vorstellung einer Präformation der Endkerne während des Spaltprozesses zugrunde. Auf Einteilchenbewegungen angewandt, zeigt das Zweizentren-Schalenmodell wie sich adiabatisch die Schalenstruktur der Fragmente als Funktion ihres Abstandes herausbildet. Der kollektive Charakter des Spaltvorganges legt ein analoges Modell nahe, in dem — zunächst ebenfalls adiabatisch — die Besetzung eines Zweizentren-Kollektivpotentials mit Bosonen im Vordergrund steht und asymptotisch in den Kollektivspektren der Endkerne resultiert.

Da diese — falls man nicht eine Asymptotik kohärenter Fragmentbewegungen in Kauf nimmt — durch unabhängige Bosonen beschrieben werden müssen, bieten sich nur die Alternativen, diese für geringe Zentrenabstände zu koppeln oder an geeignetere Freiheitsgrade anzuschließen. Letzteres führt zur Problematik eines Matching-Radius, an dem eine ungleiche Zahl von Freiheitsgraden ineinander überführt werden müssen.

Wir werden von einem Modell ausgehen, das für die Schwingungen der Teilkernoberflächen unabhängige Freiheitsgrade zuläßt. Das bedeutet, daß der Teil der Gesamtkernoberfläche, der "zu einem Fragment gehört", prinzipiell ein dynamisches Eigenleben führt, d.h. sich unbeeinflußt von der Gestalt des Partnerfragments verformen kann. Die Bosonenentwicklung, die diese Teilkernodynamiken charakterisiert, kann

von der Zentrenseparation abhängen und muß flexibel genug sein, Übergänge zwischen sphärischen und deformierten Kernen zu parametrisieren. Wie die Arbeiten von Gneuß und Greiner /GG71/, Kumar und Baranger /KB67/, Sørensen /Sø67/, Kishimoto und Tamura /KT72/ und anderen gezeigt haben, leisten dies Entwicklungen nach Erzeugungsoperatoren für Quadrupolschwingungen um die Kugelgestalt der Kerne. Unser Modell benötigt zwei solcher Entwicklungen, um Zentren, die um $\pm \vec{r}$ vom Ursprung verschoben sind und mit Koeffizienten, die von r abhängen. Im Überlappbereich beider Kernoberflächen sind außerdem Kopplungen der Deformationsschwingungen zu berücksichtigen, beschrieben durch gemischte Terme der Bosonenentwicklung des Gesamtkerns, die Prozesse simultaner Phononenerzeugung und/oder -vernichtung in den Teilkernen darstellen.

Das Konzept, die noch zusammenhängenden Fragmente durch gekoppelte Anregungen orthogonaler Bosonen zu beschreiben, stellt zwar das Problem eines hochdimensionalen Konfigurationsraumes (mit dem wir uns im nächsten Abschnitt beschäftigen werden) hat andererseits jedoch den Vorteil, Phänomene zu beinhalten, die in anderer Parametrisierung verloren gingen, wie z.B. Verdrillungsschwingungen ('bending modes' /Ni64/) der Teilkerne gegeneinander, die u.a. für die Winkelverteilung der Spaltfragmente von Bedeutung sind (siehe z.B. /RN69/).

Eine mikroskopische Fundierung dieses Modells ist auf verschiedenen Wegen denkbar. Zunächst bietet sich eine direkte Berechnung der Bosonenpotentiale durch Zweizentren-Schalenmodellrechnungen entsprechender Parametrisierung an. Ansätze hierzu liefern die Arbeiten von Morović /Mo74/, Maruhn /MG72/ und anderen, in denen Potentiale berechnet werden, die in etwa gewissen Schnitten durch unseren

Parameterraum entsprechen. Die Berücksichtigung sämtlicher Parameter würde für solche Rechnungen jedoch einen erheblichen numerischen Aufwand bedeuten.

Eine andere Möglichkeit wäre, von einfacheren Versionen eines Zweizentren-Schalenmodells ausgehend, mit RPA- oder Bosonenentwicklungs-Techniken kollektive Anregungen zu konstruieren. Für die Spaltung eines sphärischen Kerns in sphärische Fragmente etwa sollten die kollektiven RPA-Lösungen in Abhängigkeit von der Zentrenseparation die Entstehung zweier Bosonen beschreiben, die sich aufgrund ihrer Teilchen-Loch-Zusammensetzung asymptotisch den Fragmenten zuordnen lassen. Analog dazu wäre darüberhinaus die direkte Berechnung höherer Terme der beiden Bosonenentwicklungen einschließlich der Kopplungen denkbar.

2.2 PARAMETRISIERUNG

Unter Beschränkung auf quadrupolige Fragmentdeformationen können wir die Gestalt des spaltenden Kerns durch zwei Sätze von Kollektivkoordinaten

$$(2.1) \quad \alpha_i^{\{2\}} = \begin{pmatrix} \alpha_{i2}^{\{2\}} \\ \vdots \\ \alpha_{i\frac{5}{2}}^{\{2\}} \end{pmatrix} \quad i = 1, 2$$

und den Zentren-Abstandsvektor $\vec{r} = (r, \theta, \phi)$ beschreiben. Die $\alpha_{i\mu}^{\{2\}}$ sind hierbei die Koeffizienten in der Radiusentwicklung der beiden Teilkerne i :

$$(2.2) \quad R_i(r_i, \varphi_i) = R_i^0 \left(1 + \sum_{\mu} (-)^{\mu} \alpha_{i\mu}^{\{2\}} Y_{\mu}^2 \right)$$

und beziehen sich auf Koordinatensysteme, die gegenüber dem Laborsystem um $\pm \vec{r}/2$ parallelverschoben sind. Die Kerngestalt ist durch die Einhüllende der geschlossenen Flächen R_1 und R_2 definiert. Abb. 2.1 zeigt eine Kernform mit den zugehörigen Parametern, ausgedrückt durch die intrinsischen Deformationsparameter β_i, γ_i und die Fragmentorientierungswinkel $\phi_i, \theta_i, \delta_i$ /EG70/, gemäß

$$(2.3) \quad a_{i\mu}^{\{2\}} = \sum_{\nu} D_{\nu\mu}^{\{2\}} (\gamma_i, \beta_i, \delta_i) \alpha_{i\nu}^{\{2\}}$$

$$a_{i1}^{\{2\}} = a_{i-1}^{\{2\}} = 0 \quad ; \quad a_{i2} = a_{i-2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta_i \sin \gamma_i \quad ; \quad a_{i0} = \beta_i \cos \gamma_i$$

Bei Verwendung eines konstanten Wertes für R_i^0 , etwa

$$(2.4) \quad R_i^0 = 1.22 \, A_i^{1/3}$$

gestattet die Parametrisierung allerdings weder Volumenerhaltung noch Asymmetriedynamik. Kompressionsmoden und Asymmetrieschwingungen können jedoch in einfacher Weise durch Monopolkoordinaten in (2.2) eingeführt werden, deren Schalenmodell-Äquivalent die in Ref. /FM73/ benutzte Koordinate η ist. Wir werden in dieser Arbeit den Ansatz (2.2) beibehalten, was bedeutet, daß wir uns auf eine feste Fragmentation beziehen und daß den zugehörigen Spaltpotentialen, für die im nächsten Abschnitt ein phänomenologischer Ansatz gemacht wird, prinzipiell mikroskopische, volumenerhaltende Rechnungen zugrunde liegen müssen.

In Abb. 2.2 bis 2.5 sind systematisch Kernformen zusammengestellt, die Schnitten durch das 13-dimensionale Potential entsprechen. Zur Vereinfachung wurde von γ -Deformationen und Azimuth-Drehungen ϕ, ϕ_i abgesehen, so daß Schnitte durch

den kartesischen Raum β_1, β_2, r unter Angabe der Parameter θ, θ_i verbleiben. Falls diese nicht unter einem Winkel von 45° bezüglich der β -Achsen zu verstehen sind, gelten für die Fragmentdeformationen verschiedene Skalen. Wie man sieht, hängt der geometrische Abrißpunkt praktisch von allen Koordinaten ab. Der von uns verwendete Wechselwirkungsradius R (siehe nächster Abschnitt) entspricht etwa dem Maximum dieser Werte (für einen vernünftigen Deformationsbereich) und beträgt in den Modellrechnungen, die sich auf Fragmente der Massenzahl 122 beziehen, 16 fm. Die dort benutzten Potentialflächen sind, um den Vergleich zu erleichtern, in der gleichen Art aufgetragen wie Abb. 2.2.

2.3 HAMILTONOPERATOR

Ein phänomenologischer Ansatz für die kinetische und potentielle Energie muß als Vorgriff auf mikroskopische Rechnungen flexibel genug sein, die Struktur errechneter Potentiale und Massen wiedergeben zu können. Andererseits muß er gestatten, Terme zu formulieren, die unmittelbar geometrisch interpretierbar sind. Dies ist in unserem Fall besonders wichtig, da die Auswirkungen eines willkürlichen Terms nur in Schnitten durch den 13-dimensionalen Potentialraum verfolgt werden können. Im Sinne der Parametrisierung läßt sich der Hamiltonoperator in Terme gliedern, die jeweils nur von $\vec{r}$, $\alpha_1^{\{2\}}$ oder $\alpha_2^{\{2\}}$ bzw. deren konjugierten Impulsen $\vec{p}$, $\pi_1^{\{2\}}$ abhängen, sowie Kopplungsterme zwischen diesen Freiheitsgraden :

$$(2.5) \quad H = H_R(\vec{r}, \vec{p}) + H_1(\alpha_1, \pi_1) + H_2(\alpha_2, \pi_2) + H_C(\alpha_1, \pi_1, \vec{r})$$

In dieser Form beschreibt H_R die Relativ- und H_1, H_2 die intrinsische Bewegung der getrennten Fragmente und H_C deren Kopplung im Innenbereich. Dieser an der Asymptotik orientierte Ansatz ist für eine dynamische Behandlung des Problems besser geeignet als eine adiabatische Formulierung, in der etwa die H_i parametrisch von r abhängen; diese Abhängigkeit steckt hier im Kopplungsterm. In ähnlicher Weise setzen wir die Relativenergie

$$H_R = - \frac{\hbar^2}{2M} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2M r^2} + V_R(r)$$

mit konstanter reduzierter Masse M an. Auch hier kann der Effekt einer r -abhängigen Masse, der sich nach Umskalierung der Koordinate nur in einem veränderten V_R und abstandsabhängigem Trägheitsmoment äußert /HD72/, durch entsprechende Terme in H_C erreicht werden.

Die Operatoren H_1 und H_2 beschreiben die Quadrupoldynamik der unabhängigen Teilkern. Ihr allgemeinsten Ansatz besteht in einem rotationsinvarianten Polynom in den α_i, π_i , wie er etwa in Ref. /Gn70/ verwendet wurde und lautet unter Beschränkung auf harmonische Terme in der kinetischen Energie :

$$(2.6) \quad H_i(\alpha_i, \pi_i) = P_i^2 [\pi_i \otimes \pi_i]^{\{0\}} + \sum_{p,m} C_i^{p,m} [\alpha_i^p]^{\{0\}}_m$$

wobei p die Potenz und m die Multiplizität (siehe unten und Anhang A) des zu 0 gekoppelten Ausdrucks angibt. Die Eigenzustände ϕ_i^{jn} (n unterscheidet Zustände gleichen Drehimpulses j),

$$(2.7) \quad H_i \phi_i^{jn} = \epsilon_i^{jn} \phi_i^{jn} ,$$

kann man durch Diagonalisierung der intrinsischen Hamiltonoperatoren in der Basis des 5-dimensionalen harmonischen Oszillators

$$(2.8) \quad H^{HO} = P' [\pi \otimes \pi]^{\{0\}} + C' [\alpha \otimes \alpha]^{\{0\}}$$

erhalten, die sich für $j < 6$ durch Phononenzahl N , Seniority v und Drehimpuls j kennzeichnen läßt:

$$(2.9) \quad \Phi^{jn} = \sum_{Nv} c_{Nv}^{jn} |Nv j\rangle$$

Diese Basis hat den Vorzug, ohne Näherung bezüglich des Zusammenwirkens der Quadrupol-Freiheitsgrade auszukommen, d.h. die vollständige Rotations-Vibrations-Dynamik eines Teilkerns zu berücksichtigen. Sie läßt sich in üblicher Weise durch Anwendung eines Polynoms der Ordnung N in den Quadrupol-Erzeugungsoperatoren

$$(2.10) \quad \beta_{\mu}^{+} = (2\hbar)^{-1/2} \left\{ \left(\frac{C'}{P'} \right)^{1/4} \alpha_{\mu} - i \left(\frac{P'}{C'} \right)^{1/4} (-)^{\mu} \pi_{-\mu} \right\}$$

auf den Vakuumzustand $|0\rangle$ erhalten.

H_R , H_1 , und H_2 beschreiben die Dynamik der Fragmente im asymmetrischen. Innerhalb eines Bereiches $r < R$ treten Korrelationen zwischen den drei Gruppen von Freiheitsgraden auf, die zu mehr oder minder kohärenten Kernbewegungen führen. Wir beschränken uns zunächst auf reine Potential-bzw. Massenkopplungen (ohne Mischterme),

$$H_c = B_c (\bar{\pi}_1, \bar{\pi}_2, \vec{p}) + V_c (\alpha_1, \alpha_2, \vec{r}) ,$$

die unter Berücksichtigung von Rotationsinvarianz und Symmetrie in der Form

$$(2.11a) \quad V_c = \sum_{\tau} C_{\tau}(\tau) V_c^{\tau}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma, \varphi)$$

$$V_c^{\tau} = \left[\left[\begin{matrix} \alpha_1 \\ p_1 \end{matrix} \right]_{m_1}^{\{q_1\}} \otimes \left[\begin{matrix} \alpha_2 \\ p_2 \end{matrix} \right]_{m_2}^{\{q_2\}} \otimes Y^{\{q\}} \right]^{\{0\}}$$

bzw.

$$(2.11b) \quad B_c = \sum_{\tau} P_{\tau}(\tau) \left[\left[\begin{matrix} p_1 \\ q_1 \end{matrix} \right]_{m_1}^{\{q_1\}} \otimes \left[\begin{matrix} p_2 \\ q_2 \end{matrix} \right]_{m_2}^{\{q_2\}} \otimes \left[\begin{matrix} L \\ p \end{matrix} \right]^{\{q\}} \right]^{\{0\}}$$

geschrieben werden können. Hierin bezeichnet $\tau = \{p_1 q_1 m_1, p_2 q_2 m_2, q\}$ den Satz der Tensorpotenzen p_i , der Multipolordnungen der Tensorprodukte q_i bzw. q und deren Multiplizitäten m_i . L ist der Drehimpulsoperator. Das Problem der auftretenden Multiplizitäten, d.h. die Frage, wieviele linear unabhängige Möglichkeiten es gibt, p Multipoltensoren symmetrisch zum Drehimpuls q zu koppeln, wird in Anhang A behandelt. In unserem speziellen Fall zeigt sich, daß für $p_i < 4$ auf den Vielfachheiten-Index verzichtet werden kann. Die Tensorpotenzen der kinetischen Terme beschränkt die Zeitumkehrinvarianz auf gerade Werte.

Eine Vorstellung von den Kopplungstermen läßt sich entweder direkt über die Potentiale und Massen in Abhängigkeit von den Koordinaten oder, etwas formeller, über Erzeugungsoperatoren für die Oberflächenschwingungen der Fragmente gewinnen. Auf Operatoren der zweiten Quantisierung umge-

geschrieben (s.(2.10)) lassen sich die Terme (2.11) als gekoppelte Vielphononen- bzw. -entregungen zweier prinzipiell unabhängiger Bosonenreservoirs interpretieren. Für geringe Abstände sollten Linearkombinationen solcher Anregungen kollektives Verhalten zeigen. Diejenigen Kombinationen der Teilsystemzustände $|n_1 v_1 l_1\rangle$, $|n_2 v_2 l_2\rangle$, die einen kollektiven Gesamtzustand, etwa $|NVaI\rangle$, erzeugen, lassen sich mit Hilfe der Vielteilchen-Abstammungskoeffizienten (AK) $\langle n_1 v_1 l_1; n_2 v_2 l_2 | NVaj \rangle$ bestimmen:[§]

$$|NVaIM\rangle = \sum_{\substack{n_1 \dots l_2}} \langle n_1 \dots l_2 | NVaj \rangle \sum_{\substack{m_1 m_2 \\ m_j m_l}} (-1)^{l_1 - l_2 + m_j + j - l + M} (2j+1)^{1/2} \\ \times (2I+1)^{1/2} \begin{pmatrix} l_1 & l_1 & j \\ m_1 & m_1 & m_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & l & I \\ m_j & m_l & M \end{pmatrix} |n_1 v_1 l_1 m_1\rangle |n_2 v_2 l_2 m_2\rangle |l m_l\rangle$$

Hierin bezeichnet $|lm\rangle$ die Kugelfunktionen. Für n_1 oder $n_2=1$ sind die AK bekanntlich reduzierten Matrixelementen der Bosonenerzeuger proportional (s. z.B. /Ju67/, /Gn70/). Der Aufwand zu ihrer Berechnung vervielfacht sich jedoch schnell für Mehrteilchen-AK. Hier sind analog die Matrixelemente $\langle n_1 v_1 a_1 l_1 | P(\beta^\dagger)^{\{n_2 v_2 a_2 l_2\}} | NVaj \rangle$ zu berechnen,

wobei $P(\beta^\dagger)^{\{n_2 v_2 a_2 l_2\}}$ ein zu $\{n_2 v_2 a_2 l_2\}$ gekoppeltes Polynom der Bosonenoperatoren $\beta^\dagger$ bedeutet. Biedenharn und Louck haben einen graphischen Kalkül entwickelt /BL68/, /Lo70/, der es prinzipiell ermöglicht, die Matrixelemente von $U(n)$ -Tensoroperatoren zu berechnen, allerdings in der Gelfand-Basis, die durch die Gruppenkette $U(n) \supset U(n-1) \supset \dots$

[§]Die Radialbewegung erfährt als Kontinuumsfreiheitsgrad eine Sonderbehandlung, geht also nicht in den Kollektivzustand $|NVaI\rangle$ ein (etwa durch Ankopplung eines Tensors $\rho^{\{1\}}$), sondern als Parameter für die Stärke der "Kollektivität".

>U(1) gekennzeichnet ist. In dieser Basis ist zwar die z-Komponente des physikalischen Drehimpulses diagonal, nicht jedoch L^2 §, so daß das Problem einer Basistransformation verbleibt, die von Louck /Lo65/ diskutiert wird.

Die benötigten Korrelationen lassen sich etwas anschaulicher im Koordinatenbild formulieren. Wie man aus den Abb. 2.3 bis 2.5 ersieht, läßt die Parametrisierung Kerngestalten zu, die für $r \rightarrow 0$ mit hoher potentieller Energie verbunden sind. Dies sollte für ungleiche Fragmentdeformationen der Fall sein, sowie für Hauptachsenorientierungen θ_i, ϕ_i , die nicht miteinander und mit dem Abstandsvektor übereinstimmen, d.h. es sollte gelten :

$$(2.12) \quad \begin{array}{l} \alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \\ \vartheta_i, \varphi_i \rightarrow \vartheta, \varphi \end{array} \quad \text{für } r \rightarrow 0$$

Diese Bedingungen definieren die "Nilsson-Ebene" unseres Parameterraumes; Abb. 2.2 zeigt zugehörige Kernformen. Andere Schnittebenen sind in den Abb. 2.3 - 2.5 dargestellt, sie erfüllen (2.12) nicht. Mit der rotationsinvarianten Formulierung von (2.12) und ihrer Überführung in Kopplungsterme der Form (2.11) beschäftigt sich Anhang B. Wie dort gezeigt wird, lassen sich etwa harmonische Abweichungen von Fragment- und Relativorientierung durch die Terme

$$(2.13) \quad V_{\alpha r}^i \sim \sum_{j=0,2,4} \sqrt{2j+1} \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 2 & j \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 & j \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \right\} \left[\alpha_i \alpha_i \right]^j \gamma^j \Big|^0$$

beschreiben. Dieses Potential ist in Abb. 2.6 als Funktion des Winkels ϑ zwischen den Richtungen (θ_i, ϕ_i) und (θ, ϕ) für

§ siehe Quasispin-Klassifizierung des 3-dimensionalen harmonischen Oszillators

verschiedene Werte der Fragmentdeformation β_i aufgetragen.

Der Gesamthamiltonoperator hat also folgende Gestalt :

$$(2.14) \quad H = -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2M r^2} + V_R(r) + \sum_{i=1,2} \left\{ P_i^2 [\pi_i, \pi_i]^{\{0\}} + \sum_{p,m} C_i^{p,m} [\alpha_i^p]^m \right\} + \sum_{\tau} C_{\tau}(r) \left[\left[[\alpha_1^{p_1}]^{\{q_1\}} \otimes [\alpha_2^{p_2}]^{\{q_2\}} \right]^{\{q\}} \otimes Y^q \right]^{\{0\}}$$

Um zu einer einfachen analytischen Form für die Radialabhängigkeit von V_R und C_{τ} zu kommen, wurde in den Modellrechnungen für das Radialpotential ein Potenzreihenansatz und für die Kopplungsstärke die Parametrisierung

$$(2.15) \quad C_{\tau}(r) = \begin{cases} c_1^{\tau} \exp(c_2^{\tau} r) \cdot (r - R) & r \leq R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

gewählt, wobei R der Wechselwirkungsradius ist.

3 LÖSUNGSMETHODEN

Nach der Formulierung des Modells im vorigen Kapitel werden wir nun Wege diskutieren, aus ihm die physikalisch relevanten Größen, die Energieniveaus mit ihren Gesamt- und Partialbreiten, zu berechnen.

Die "intermediäre" Natur des Zerfallsproblems, das weder echtes Kontinuums- (Streu-) noch gebundenes Problem ist, legt eine Behandlung mit Techniken der Resonanzstreuung oder quasistationärer Zustände nahe. Grob vereinfacht geht es um die Berechnung von Energieniveaus, die zu breit sind, um gebunden und zu schmal, um Streuresonanzen zu sein. Da wir ferner die Dynamik des Zerfallsprozesses studieren wollen, ist uns mit einer adiabatischen Näherung nicht gedient; es müssen Aussagen über die Bevölkerung der Endzustände gemacht werden können.

Im folgenden Abschnitt soll das Problem formuliert und seine Lösung aus der Sicht der Streutheorie verglichen werden mit einer Diagonalisierung im Kontinuum, die den gebundenen Aspekt der "zerfallenden Zustände" stärker betont.

3.1 ZERFALLENDE ZUSTÄNDE

Es gilt, ein System zu beschreiben, das in einem Freiheitsgrad ungebunden ist.

Der Hamiltonoperator (2.14) wurde bereits so formuliert, daß der Kontinuumsfreiheitsgrad r isoliert vorkommt (und nicht in einen Tensor $\rho^{\{1\}}$ integriert wie die Quadrupolfreiheitsgrade in $\alpha^{\{2\}}$). Analog schreiben wir die Eigenlösungen der Schrödingergleichung

$$(3.1) \quad H \Psi_n^{I\pi} = \hat{E}_n \Psi_n^{I\pi}$$

in der Form

$$(3.2) \quad \Psi_n^{I\pi} = \frac{1}{r} \sum_{\kappa} R_{I,n}^{\kappa}(r) \left[\left[\Phi_1^{j_1 n_1}(\alpha_1) \otimes \Phi_2^{j_2 n_2}(\alpha_2) \right]^{\delta} \otimes Y_{(\nu, \mu)}^{\ell} \right]^I$$

d.h. als Entwicklung nach den die Kanäle definierenden Produktzuständen der Eigenfunktionen von H_1 , H_2 , und L^2 . Die Gesamtparität π , die als Produkt der intrinsischen Paritäten durch $(-)^1$ gegeben ist, sowie der Gesamtdrehimpuls I werden zur Vereinfachung der Schreibweise künftig weggelassen und die verbleibenden Quantenzahlen im Kanalindex $\kappa = \{j_1 n_1 j_2 n_2 j l\}$ zusammengefaßt.

Der Zerfall der Zustände Ψ_n führt zur Forderung an die Entwicklungskoeffizienten $R_n^{\kappa}(r) = \langle r | n, \kappa \rangle$ asymptotisch auslaufende Coulombwellen zum Kanalimpuls $\hat{k}_n^{\kappa}$, $O_1(\hat{k}_n^{\kappa} r)$, darzustellen, was sich in der Bedingung

$$(3.3a) \quad \left. \frac{d R_n^{\kappa}(r)}{R_n^{\kappa}(r) dr} \right|_{r=R} = \left. \frac{d O_{\ell(\kappa)}(\hat{k}_n^{\kappa} r)}{O_{\ell(\kappa)}(\hat{k}_n^{\kappa} r) dr} \right|_{r=R} \equiv L_{\kappa}^+ (\hat{k}_n^{\kappa} R)$$

für die logarithmischen Ableitungen der Funktionen $R_n^{\kappa}(r)$

und

$$(3.4) \quad O_e(kr) = \left\{ G_e(kr) + i F_e(kr) \right\} e^{i\sigma_e}$$

G_e, F_e = Coulombfunktionen

σ_e = Coulomb-Phasenshift

am Wechselwirkungsradius R ausdrückt, der durch $V_c(r>R) = 0$ definiert ist. Da R_n^k und R_n^{k*} wegen

$$(3.5) \quad L_k^+(\hat{k}_n^k R) \neq L_k^{+*}(\hat{k}_n^k R)$$

nicht die gleiche Randbedingung erfüllen, werden die Energieeigenwerte des Problems im allgemeinen komplex §

$$(3.6) \quad \hat{E}_n = E_n - \frac{i}{2} \Gamma_n = \frac{\hat{k}_n^2}{2M}$$

und diskret, da außer (3.3a) noch

$$(3.3b) \quad R_n^k(0) = 0$$

berücksichtigt werden muß.

Das sich zunächst anbietende Verfahren, die Energien $\hat{E}_n$ als Resonanzen eines Streuprozesses zu bestimmen, führt zur S-Matrix als Funktion der Energie — einem für das Zerfalls-

§ E und k (ohne $\hat{}$) bezeichnen grundsätzlich den Realteil der betreffenden komplexen Größen $\hat{E}, \hat{k}$.

problem à priori nicht sehr sinnvollen Konzept. Immerhin sollten ihre Pole im Komplexen die gesuchten Resonanzenergien liefern. Da jedoch an eine Variation von E_n und Γ_n in der Praxis kaum zu denken ist, muß aus einem "Durchfahren der reellen Energieachse" auf die komplexen Pole geschlossen werden, was üblicherweise durch eine Breit-Wigner-Parametrisierung der S-Matrix geschieht. Diese im Mehrkanalfall recht aufwendige Prozedur ist der Preis für die Vermeidung der komplexen Ebene und soll kurz diskutiert werden, bevor ein Verfahren vorgeschlagen wird, das eine direktere Bestimmung der Zerfallsenergien mit ihren Gesamt- und Partialbreiten ermöglicht.

Multipliziert man (3.1) von links mit $[[\phi_1^{j_1 n_1} \otimes \phi_2^{j_2 n_2}] j' \otimes Y^l] I^*$ $= \langle \alpha_1, \alpha_2, \theta, \phi | \kappa \rangle$ und integriert über die Kanalvariablen $\alpha_1, \alpha_2, \theta, \phi$, so ergibt sich für den Lösungsvektor der Entwicklungskoeffizienten $\vec{R}_n = (R_n^k)$ ein System von Differentialgleichungen, in Matrixform

$$(3.7) \quad (H - \hat{E}_n \mathbb{1}) \vec{R}_n = 0,$$

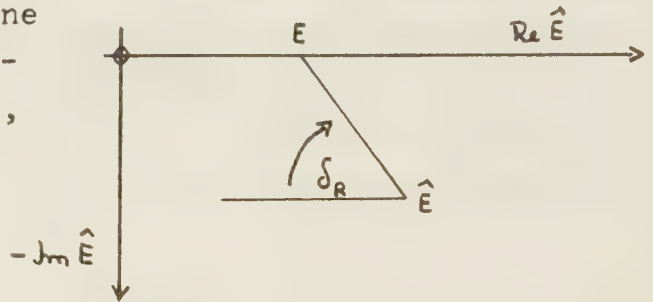
die durch V_c miteinander gekoppelt werden /Ta65/. Dieses Dgl-System müßte nun unter Variation der (komplexen) Energie $\hat{E}_n$ so lange integriert werden, bis sämtliche **Komponenten** des Lösungsvektors $\vec{R}_n$ die Bedingungen (3.3) erfüllen, d.h. ein Zustand gefunden ist, der in allen Kanälen auslaufende Wellen enthält. Wie bereits erwähnt, läßt sich die komplexe $\hat{E}$ -Ebene dabei vermeiden, sofern man statt (3.3) die Randbedingungen der Streutheorie verwendet :

$$(3.8) \quad R_n^k \quad (n \geq R) = \delta_{k_0 k} I_k + S_{k_0 k} O_k \quad ; \quad k=1, \dots, K$$

und die S-Matrixelemente als Funktion der (reellen) Energie aufträgt. Um daraus die Resonanzenergien, also die Pole der S-Matrix, zu bestimmen, müßte man die K^2 Funktionen $S_{\kappa\kappa'}(E)$ an eine Breit-Wigner-Formel anfitten, die im einfachsten Fall außer dem Pol $\hat{E}_n$ und der Partialbreite Γ_n^K noch eine (i.a. konstante) Hintergrundmatrix S^H enthält und für die Diagonalelemente die Gestalt

$$(3.9) \quad S_{\kappa\kappa}(E) = S_{\kappa\kappa}^H S_{\kappa\kappa}^R(E) = S_{\kappa\kappa}^H \left(1 - i \frac{\Gamma_n^K}{E - \hat{E}_n} \right)$$

besitzt /Ta72/. Dies setzt hinreichend scharfe Resonanzen voraus, die es ermöglichen, in der Entwicklung des resonanten Teils $S_{\kappa\kappa}^R(E)$ nach dem linearen Term abzuberechnen, der dann im Einkanalfall eine einfache geometrische Interpretation der Streuphase δ_R , $S^R = \exp 2i\delta_R$, als Winkel zwischen der reellen Energieachse und dem Abstand $-j_m \hat{E}$ ($\hat{E}, E$) ermöglicht (siehe



Skizze). Sie illustriert den Zusammenhang der primär ermittelten Streuphasen $\delta = \delta_H + \delta_R$ mit den gesuchten Resonanzenergien. Abb. 3.1a zeigt Phasenshifts für ein 'abgekapptes' Coulombpotential

$$(3.10) \quad V(r) = \begin{cases} V_0 = \frac{z_1 z_2 e^2}{R} & r \leq R \\ \frac{z_1 z_2 e^2}{r} & r \geq R \end{cases}$$

die für einen Vergleich mit den komplexen Basisenergien

des nächsten Abschnitts berechnet wurden. Sie werden dort und in Abschnitt 4.2 näher diskutiert. Die Verfolgung von Mehrkanalresonanzen kompliziert sich durch die zusätzliche Variation von $|S_{kk}|$ und geschieht graphisch in sogenannten Argand-Diagrammen, in denen die S-Matrixelemente in der komplexen Ebene für verschiedene Energien aufgetragen sind. Die Resonanzen äußern sich in diesen Kurven, in mehr oder weniger ausgeprägten Kreisstrukturen, die (energetisch) 'schnell' durchlaufen werden und deren Durchmesser im Verhältnis zum Einheitskreis die Partialbreiten liefert. Für Einzelheiten sei auf den Review-Artikel von McVoy verwiesen /MV64/, eine Anwendung im Zweikanalfall findet man z.B. in Ref. /Te73/.

Man könnte an dieser Stelle auf die Idee kommen, das Partialbreitenproblem durch eine zu den Eigenphasen führende Rotation im Kanalraum zu vereinfachen. Von Spezialfällen abgesehen, kompliziert hier jedoch die Tatsache, daß sich die Phasen verschiedener Eigenkanäle nicht kreuzen, sondern abstoßen das Aufsuchen der Resonanzen (siehe auch /MV64/).

Die Lösungsmethode einer Breit-Wigner-Parametrisierung der mit Hilfe gekoppelter Kanäle berechneten S-Matrix zwecks Extraktion von Gesamt- und Partialbreiten stellt in unserem Falle zwei Probleme:

1. Die Lösung des gekoppelten Dgl-Systems (3.7) für eine größere Zahl von Kanälen bildet nicht nur bereits ein umfangreiches Problem für sich, sondern muß zudem mindestens dort, wo mit scharfen Resonanzen zu rechnen ist, in sehr kleinen Energieschritten, also sehr häufig, durchgeführt werden.

2. Das Anfitten der berechneten S-Matrix-Trajektorien ist numerisch aufwendig und vom theoretischen Standpunkt unbefriedigend.

Wir werden auf die numerischen Implikationen dieser Probleme und mögliche Abhilfen später zurückkommen; hier ist festzustellen, daß sie ihre Ursache im Kontinuums-Zugang zum Zerfallsproblem haben, was den Versuch nahelegt, mehr den 'gebundenen' Aspekt der quasistationären Zustände hervorzuheben.

Es sind jedoch nicht nur numerische Gründe, die gegen die gewöhnliche Lösungsmethode mit Hilfe gekoppelter Kanäle sprechen: Die Zulassung einlaufender Spaltkanäle in (3.8) ist für unser Problem nur ein mathematisches Hilfsmittel ohne physikalischen Hintergrund. Die an ihrer Stelle sinnvollen Einteilchenkanäle wurden ja bei der Beschreibung des Spaltprozesses als kollektiver Zerfall ausgeschlossen. Der Rückgriff auf Streumethoden ist also auch aus dieser Sicht unbefriedigend, so daß wir das Problem nun in einer anderen Form darstellen wollen.

Die komplexen Energien (3.6) reflektieren die Nichthermitizität des Hamiltonoperators unter der Randbedingung (3.3). Dies erkennt man am direktesten aus (3.5) indem man nach Bloch /B157/ die Randbedingung in Form eines Operators

$$(3.11) \quad \mathcal{L} = \frac{\hbar^2}{2M} \sum_k |k\rangle \delta(r-R) \left[\frac{d}{dr} - L_k^+ \right] \langle k|$$

in den Hamiltonoperator aufnimmt, der gewissermaßen die

Abweichung der Wellenfunktion, auf die er wirkt, von ihrem durch L_{κ}^+ bestimmten Sollverhalten mißt.

Der Operator

$$(3.12) \quad \tilde{H} = H + L$$

besteht aus einem im Intervall $|0, R|$ stetigen Teil und einer δ -Singularität bei R , so daß die Eigenwertgleichung

$$(3.13) \quad (\tilde{H} - \hat{E}) \Psi = 0$$

das gleichzeitige Verschwinden der stetigen und singulären Terme impliziert, d.h. zu

$$(3.14a) \quad (H - \hat{E}) \Psi = 0$$

$$(3.14b) \quad L \Psi = 0$$

äquivalent ist.

In dieser Formulierung lässt sich die Lösung unseres Zerfallsproblems also formell als Diagonalisierung von Hamilton- plus Randbedingungsoperator in einer geeigneten Basis $|v, \kappa\rangle | \kappa\rangle$ ausdrücken:

$$(3.15) \quad \Psi_n = \frac{1}{n} \sum_{\kappa} \sum_{\nu} b_n^{\kappa, \nu} |v, \kappa\rangle | \kappa\rangle$$

d.h., durch Vergleich mit (3.2):

$$(3.16) \quad |n, \kappa\rangle = \sum_v b_n^{\kappa, v} |v, \kappa\rangle$$

Zweckmäßigerweise werden wir dabei für $|v, \kappa\rangle$ bereits Zustände wählen, die den Randbedingungsteil der Eigenwertgleichung (3.14) erfüllen. Eine orthogonale Basis, die 'auslaufenden' Randbedingungen genügt, wurde erstmals von Kapur und Peierls /KP38/ zur Behandlung von Streuproblemen benutzt. Für diese Zwecke sind die komplexen Energien und die auslaufenden Wellen in allen Kanälen allerdings eher unbequem, während sie sich bei der Formulierung des Zerfallsproblems als natürlicher Ausgangspunkt anbieten. Den Hauptnachteil des Formalismus teilen jedoch beide Anwendungen: Die Kapur-Peierls-Basis ist abhängig von der Energie, mit der die Randbedingung L_κ^+ berechnet wurde; somit kann nur derjenige Eigenwert von (3.14) als Lösung betrachtet werden, der mit dieser Randbedingungsenergie übereinstimmt. Wir werden später sehen, daß die Basis im uns interessierenden Energiebereich nur geringfügig energieabhängig ist, wodurch das Konzept der komplexen Diagonalisierung erst sinnvoll wird.

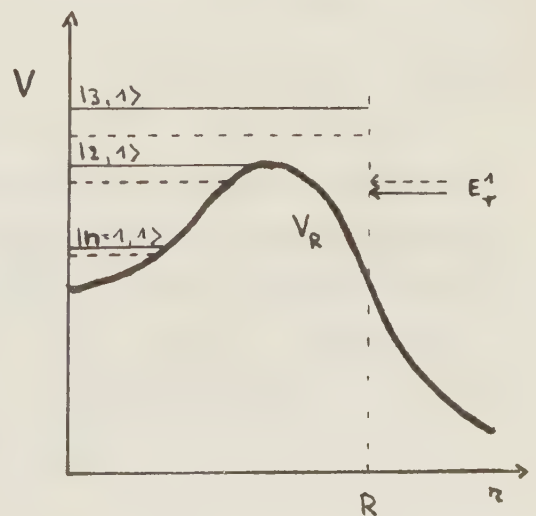
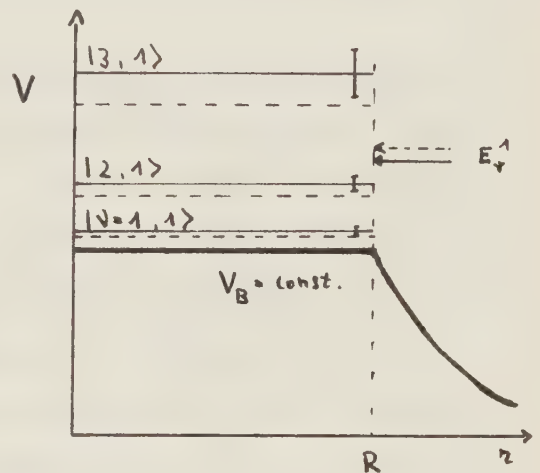
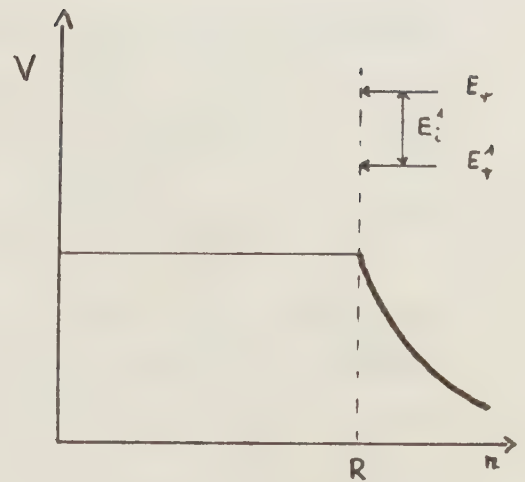
Wir wollen nun die einzelnen Schritte des Verfahrens noch einmal schematisch darstellen, und zwar in einer Form, die die Ähnlichkeit mit der Eigenkanalmethode zur Berechnung von Streuphasen /Gr69/ herausstellt. Die Abbildungen sollen parallel dazu den 1-Kanal-Fall skizzieren.

1. Vorgabe einer Gesamt-Randbedingungsenergie $\hat{E}_r$, Berechnung der Coulomb-Funktionen $F_1(\hat{k}_r^{\kappa} R)$, $G_1(\hat{k}_r^{\kappa} R)$ für die Kanal-Randbedingungsenergien $\hat{E}_r^{\kappa}$ und Relativdrehimpulse $l(\kappa)$,

Berechnung der logarithmischen Ableitungen am Wechselwirkungsradius R , $L_{\kappa}^{+}(\hat{k}_{\kappa}^R R)$. Bei der Eigenkanalmethode, wo die Asymptotik durch aus- und einlaufende Wellen in allen Eigenkanälen gekennzeichnet ist, muß zusätzlich deren Phasenverhältnis vorgegeben werden, um die logarithmischen Ableitungen berechnen zu können.

2. Lösung der Radialgleichung für ein Basispotential $V_B^{\kappa}(r)$ und Bestimmung von K orthomierten Sätzen von Basisfunktionen $\phi_{\nu}^{\kappa}(r; \hat{E}_{\kappa})$, $\kappa=1, \dots, K$, die die Randbedingungen $\phi_{\nu}^{\kappa}(0; \hat{E}_{\kappa})=0$ und $\phi_{\nu}^{\kappa}(R; \hat{E}_{\kappa}) / \phi_{\nu}^{\kappa}(R; \hat{E}_{\kappa}) = L_{\kappa}^{+}(\hat{k}_{\kappa}^R R)$ erfüllen. In der zweiten Abbildung sind diese Basiszustände mit ihren Breiten angedeutet. Der gestrichelte Satz gehört zu einer anderen Randbedingungsenergie.

3. Diagonalisierung der Wechselwirkungen $V_C(\vec{r}, \alpha_1, \alpha_2)$ in der Produktbasis aus $|\kappa\rangle$ und den komplexen Phononen $|\nu, \kappa\rangle$. Von dem daraus resultierenden Spektrum $\hat{E}_n$ ist streng genommen nur derjenige Zustand als



Lösung zu betrachten, dessen Energie in Real- und Imaginärteil mit der Randbedingungsenergie übereinstimmt. Wir werden Resonanzen durch die schwächere Bedingung

$$(3.17) \quad E_n = E_r$$

definieren. Dies ist in der dritten Abbildung z.B. für den zweiten Zustand und die zum gestrichelten Pfeil gehörige Randbedingungsenergie erfüllt. In der Eigenkanalmethode wird die Übereinsimmung der 'inneren' mit der 'äußeren' (dort Einschluß-) Energie nicht unter Variation der letzteren sondern der Eigenphase erreicht.

Die Vorteile der komplexen Diagonalisierung liegen vor allem im direkten Zugang zu den Energien und Breiten des Compound-Systems, sowie zu den für die Dynamik charakteristischen Partialbreiten, wie im folgenden Abschnitt ausführlich dargestellt wird.

3.2 KOMPLEXE DIAGONALISIERUNG

3.2.1 Basiszustände

Wie wir gesehen haben, besteht ein sehr direkter Weg, die 'auslaufenden' Randbedingungen im Kontinuumsfreiheitsgrad r zu erfüllen, in der Einführung eines Systems von Basisfunktionen $\langle r | v, \kappa \rangle = \phi_v^{\kappa}(r; \hat{E}_r)$, $v = 1, \dots, N$ für jeden Kanal κ , die den Randbedingungen

$$(3.18a) \quad \psi_v^{\kappa}(0; \hat{E}_r) = 0$$

und

$$(3.18b) \quad \frac{d \psi_v^k(r; \hat{E}_r^k)}{\psi_v^k(r; \hat{E}_r^k) dr} = \frac{d O_k(\hat{k}_r^k R)}{O_k(\hat{k}_r^k R) dr} \equiv L_k^+(\hat{k}_r^k R)$$

genügen. Hierbei ist $l=l(k)$ der zu Kanal k gehörige Relativdrehimpuls und $\hat{E}_r^k = \hbar^2 \hat{k}_r^k{}^2 / 2M$ die (im Prinzip komplexe) Randbedingungsenergie auf die sich gemäß (3.18b) das Basispektrum bezieht und die mit der Gesamt-Randbedingungsenergie $\hat{E}_r$ über die intrinsischen Energien E_i^k der Kanäle zusammenhängt:

$$(3.19) \quad \hat{E}_r = \hat{E}_r^k + E_i^k \quad k = 1, \dots, K$$

Bei der Wahl der Differentialgleichung, die zusammen mit der Randbedingung (3.18) das Spektrum der ϕ_v^k erzeugt, fällt der übliche Kompromiß zwischen einfacher analytischer Form und möglichst weitgehender 'Vordiagonalisierung' zwecks Basisverringerung in unserem Fall besonders schwer, da sowohl die analytische Beschaffung der Dgl-Lösungen für komplexe Energien als auch eine geringe Anzahl von Basiszuständen wichtig ist.

Die ϕ_v^k sind Lösungen der Radialgleichung

$$(3.20) \quad \left\{ \frac{d^2}{dr^2} + \hat{k}_v^k{}^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2M}{\hbar^2} V_B^k(r) \right\} \psi_v^k(r; \hat{E}_r^k) = 0$$

worin das Basispotential $V_B^k(r)$ einen analytisch einfach zu behandelnden Teil des Radial- plus Diagonalkopplungs-

potentials $V_R + V_{c,\kappa\kappa}$ bedeutet. Wir interessieren uns speziell für die Verhältnisse in der Nähe der Spaltbarriere, wo die Zustände vergleichsweise **dicht** liegen und große Breiten besitzen. Nur dort ist zu erwarten, daß die Dynamik die Partial- und Gesamtbreiten genügend stark beeinflusst. Um also nicht die kaum ankoppelnden 'superschmalen' Zustände weit unterhalb der Spaltschwelle mitschleppen zu müssen, werden wir nur verhältnismäßig flache r -Barrieren betrachten. Für unsere Basis wählen wir daher

$$(3.21) \quad V_B^{\kappa}(r) = \text{const.}$$

was zu den regulären sphärischen Bessel-Funktionen $f_1(kr) = kr j_1(kr) = (\pi kr/2)^{1/2} J_{1+1/2}(kr)$ führt :

$$(3.22) \quad \psi_v^{\kappa}(r; \hat{E}_r^{\kappa}) \longrightarrow f_{\ell(\kappa)}(\hat{k}_v^{\kappa} r; \hat{E}_r^{\kappa})$$

Der aus (3.18) bestimmte Satz von Eigenwerten $\hat{E}_v^{\kappa} = \hbar^2 \hat{k}_v^{\kappa 2} / 2M \equiv E_v^{\kappa} - i\Gamma_v^{\kappa}/2$ kennzeichnet somit auch die Basisfunktionen, die wegen der komplexen Randbedingungen die Beziehung

$$(3.23) \quad \int_0^R f_{\ell}(\hat{k}_v^{\kappa}, r) f_{\ell}(\hat{k}_{v'}^{\kappa}, r) dr \equiv (v', \kappa | v, \kappa) = \delta_{vv'}$$

erfüllen. Wir gebrauchen die runde Klammer für das bra $(v, \kappa |$ um dieses Skalarprodukt vom gewöhnlichen zu unterscheiden, das wir ebenfalls verwenden werden.

Abb. 3.1b zeigt ein solches Basisspektrum für $l=0$ -Kanäle in Abhängigkeit von der reellen Randbedingungsenergie, beide bezogen auf das abgeschnittene Coulomb-Potential, für das im vorigen Abschnitt die Phasenshifts berechnet

wurden. Für hohe Fragmentladungen ist die Variation der Randbedingungsenergie klein gegenüber ihrem Betrag, weshalb auch die komplexen Basisenergien nur geringfügig von ihr abhängen. Das Verfahren ist also für Anwendungen in Kernspaltung und Schwerionenstreuung besonders geeignet. Die durch (3.17) definierten Resonanzenergien - Schnittpunkte der Kurven mit der Geraden $E = E_r$ - unterscheiden sich also kaum von den $E_r=0$ -Werten. (vergleiche auch die $\pi/2 + \delta_H$ - Durchgänge der Phasenshifts).

Wie bereits in Abschnitt 3.2 erwähnt, ist die geringe Randbedingungsabhängigkeit der Basis eine wesentliche, wenn auch nicht ausschließende Bedingung für die Anwendung des Verfahrens besonders im Mehrkanalfall, da sonst die gesamte Diagonalisierung solange unter Variation der Randbedingungsenergien durchgeführt werden müßte, bis einer der Eigenwerte mit E_r übereinstimmt. (siehe Skizzierung des Einkanal-falls) Wir werden daher eine feste, reelle Gesamttrandbedingungsenergie $E_r^0 = E_i^K + E_r^{OK}$ im niederenergetischen Bereich wählen und die Näherung

$$f_e(\hat{k}_v^k; \hat{E}_r^k) \simeq f_e(\hat{k}_v^k; E_r^{0k})$$

d.h.

$$(3.24) \quad \hat{k}_v^k(\hat{k}_r^k) \simeq \hat{k}_v^k(k_r^{0k})$$

benutzen. In dieser Näherung sind Basis- und Resonanzspektrum identisch. Da sich auch die intrinsischen Energien nur um 1 bis 2 MeV unterscheiden, können wir ferner den Unterschied zwischen E_r und E_r^K fallenlassen, bzw. nur für jede zum gleichen Drehimpuls gehörige Gruppe von Kanälen eine

andere Randbedingung wählen, womit sich die Kanalabhängigkeit der Basis auf $l(\kappa)$ reduziert:

$$(3.25) \quad |v, \kappa\rangle \approx |v, l(\kappa)\rangle$$

3.2.2 Matrixelemente

Die auf diese Weise bestimmte orthonormierte Gesamtbasis erfüllt nach Konstruktion (3.14b) :

$$\begin{aligned} \int |v, \kappa\rangle \langle \kappa| &= \frac{\hbar^2}{2M} \sum_{\lambda} |\lambda\rangle \delta(r-R) \left[\frac{d}{dr} - L_{\lambda}^+ \right] \langle \lambda | \kappa \rangle |v, \kappa\rangle \\ (3.26) \quad &= \frac{\hbar^2}{2M} |\kappa\rangle \delta(r-R) \left[\frac{d}{dr} |v, \kappa\rangle - |v, \kappa\rangle L_{\kappa}^+ \right] \\ &= 0 \end{aligned}$$

so daß mit (3.14a) ein gewöhnliches Eigenwertproblem verbleibt. Der Form des Hamiltonoperators entsprechend, separieren die Matrixelemente in der Produktbasis $|v, \kappa\rangle |\kappa\rangle$ in Radial- und Kanalmatrixelemente. Neben den in beiden Räumen diagonalen Termen

$$(3.27) \quad \langle v', \kappa' | \left[-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2M r^2} \right] |v, \kappa\rangle |\kappa\rangle = \hat{E}_v^{\kappa} \delta_{\kappa\kappa'} \delta_{vv'}$$

und

$$(3.28) \quad \langle v', \kappa' | \langle \kappa' | H_i(x_i, \dot{x}_i) | v, \kappa \rangle | \rangle = \varepsilon_i \delta_{\kappa \kappa'} \delta_{v v'}$$

geht es also vor allem um Radial- :

$$(3.29) \quad \langle v', \kappa' | \langle \kappa' | V_R(r) | v, \kappa \rangle | \kappa \rangle = \langle v', \kappa' | V_R | v, \kappa \rangle \delta_{\kappa \kappa'}$$

und Kopplungspotential :

$$(3.30) \quad \begin{aligned} & \langle v', \kappa' | \langle \kappa' | V_c(\vec{r}, x_1, x_2) | v, \kappa \rangle | \kappa \rangle \\ &= \sum_{\tau} \langle v', \kappa' | C_{\tau}(r) | v, \kappa \rangle \langle \kappa' | V_c^{\tau}(x_1, x_2, \vec{r}, \kappa) | \kappa \rangle \end{aligned}$$

Die Matrixelemente $\langle \kappa' | V_c^{\tau} | \kappa \rangle$ werden in Anhang C auf reduzierte ME $\langle N' v' l' | | \alpha^{\{2\}} | | N v l \rangle$ der Quadroupolensoren zwischen Eigenfunktionen des 5-dimensionalen harmonischen Oszillators zurückgeführt, die aus Ref./Gn70/ übernommen wurden.

Die Radialmatrixelemente genügen wegen (3.23)

$$(3.31) \quad \langle v', \kappa' | H_R(r) | v, \kappa \rangle = \langle v, \kappa | H_R(r) | v', \kappa' \rangle$$

Der analytischen Form von V_R und C_{τ} gemäß (siehe Kapitel 2) können $\langle v', \kappa' | V_R | v, \kappa \rangle$ und $\langle v', \kappa' | C_{\tau} | v, \kappa \rangle$ in der Basis der Besselfunktion durch Summierung von Integralen des Typs

$$\int_0^R \frac{\sin(\hat{k}_{v'}^{\kappa'} r)}{\cos(\hat{k}_{v'}^{\kappa'} r)} \exp(c r) r^n \frac{\sin(\hat{k}_v^{\kappa} r)}{\cos(\hat{k}_v^{\kappa} r)} dr$$

erhalten werden. In dieser Form ist allerdings das Verschwinden des Gesamtintegrals an der unteren Grenze (numerisch) nicht evident.

3.2.3 Partialbreiten, Winkelverteilungen und Kanalstärken

Da wir in V_c nur symmetrische Produkte der $\alpha^{[2]}$ -Tensoren zugelassen haben (Anhang A), ist H "im Kanalraum hermitisch" und wegen (3.31) im Radialraum komplex symmetrisch, kann insgesamt also durch eine komplexe symmetrische Matrix dargestellt werden, deren Eigenwerte $\hat{E}_n = E_n - i \Gamma_n/2$ die Gesamtenergien unseres Systems liefern. Die Eigenvektoren

$$|n\rangle = \sum_k |n, k\rangle |k\rangle = \sum_{k,v} b_n^{k,v} |v, k\rangle |k\rangle$$

können entweder im Einklang mit (3.23) bzw.

$$(n, k| = \sum_v b_n^{k,v} (v, k|$$

auf

$$(3.32) \quad \langle n|n\rangle = \sum_{k',v'} \sum_{k,v} b_n^{k',v'} b_n^{k,v} (v', k'|v, k\rangle \langle k'|k\rangle = \sum_{k,v} b_n^{k,v^2} = 1$$

normiert werden, oder auf

$$(3.33) \quad \langle n|n\rangle = 1.$$

Besonders charakteristisch für die Dynamik des Zerfallsprozesses sind die Partialbreiten Γ_n^K dieser Zustände, die Auskunft darüber geben, welche Kanäle die Resonanz bevorzugt. Man erhält sie aus den Kanalprojekten $\langle n | n \rangle = |n, \kappa\rangle$ der Eigenfunktionen Ψ_n am Wechselwirkungsradius, wie man am einfachsten aus (3.13) und der komplex konjugierten Gleichung unter Berücksichtigung von (3.23) erkennt:

$$\begin{aligned} (\hat{E}_n - E_n^*) \langle n | n \rangle &= \langle n | \tilde{H} - \tilde{H}^\dagger | n \rangle = \langle n | L - L^\dagger | n \rangle = - \langle n | L^\dagger | n \rangle \\ &= - \frac{\hbar^2}{2M} \sum_{\kappa} \int dr \langle n, \kappa | r \rangle \delta(r-R) \left[\frac{d}{dr} - L_{\kappa}^{+*} \right] \langle r | n, \kappa \rangle \\ &= - \frac{\hbar^2}{2M} \sum_{\kappa} |\langle r | n, \kappa \rangle|^2 (L_{\kappa}^+ - L_{\kappa}^{+*}) \\ &= -i \frac{\hbar^2}{2M} \sum_{\kappa} |R_n^K(r)|^2 2 \operatorname{Im} L_{\kappa}^+ \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich für die Partialbreiten

$$\begin{aligned} \Gamma_n^K &= \langle n | n \rangle^{-1} \frac{\hbar^2}{2M} |R_n^K(r)|^2 \operatorname{Im} L_{\kappa}^+ (\hat{k}_+^{\kappa} R) \\ (3.34) \quad &\approx \frac{\hbar^2}{2M} \frac{|R_n^K(r)|^2}{\sum_{\kappa} \int dr |R_n^K(r)|^2} \operatorname{Im} L_{\kappa}^+ (\hat{k}_+^{\kappa} R) \end{aligned}$$

wobei die Näherung (3.24) und $\langle n | n \rangle = \sum_{\kappa} \langle n, \kappa | n, \kappa \rangle$ benutzt wurde.

Wie in den Partialbreiten spiegelt sich auch in der Winkelverteilung $J_n(\theta, \phi)$ des Fragmentstromes die Dynamik des Spaltprozesses wider. Da das Modell die Relativbewegung explizit enthält, läßt sie sich in einfacher Weise auf die auch die Partialbreiten bestimmenden Größen $R_n^k(R)$ und im L_n^+ zurückführen (siehe Anhang D) :

$$J_n \cong \frac{\hbar}{M} (2I+1) \downarrow_m L^+ \sum_{\substack{j_1 n_1 m_1 \\ j_2 n_2 m_2}} \left| \sum_{l, i, j} R_n^k g(l, i, j, j, I) Y_{-m_1-m_2}^l \right|^2$$

Dabei wurden Effekte der Coulombanregung nach dem Abriß vernachlässigt. Sie scheinen die Winkelverteilung nur geringfügig zu beeinflussen /RN69/.

Partialbreiten und Winkelverteilungen charakterisieren die zerfallenden Zustände asymptotisch. Zur Beurteilung der Kopplungsverhältnisse ist es oft sinnvoller, die radiale Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Innenbereich heranzuziehen. Zu diesem Zweck werden wir die Stärke P_n^k eines Kanals durch

$$P_n^k = \int_0^R |R_n^k(r)|^2 dr$$

definieren. Relative Kanalstärken und Partialbreiten sind im allgemeinen korreliert, können in besonderen Fällen jedoch stark voneinander abweichen, da sich eine große Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Innenbereich nicht unbedingt am Wechselwirkungsradius bemerkbar machen muß.

4 MODELLRECHNUNGEN

4.1 ALLGEMEINES

Wir wollen nun anhand von Beispielrechnungen den entwickelten Formalismus erläutern und einen Überblick über einige Möglichkeiten des Modells geben.

Um die Darstellung zu vereinfachen, müssen wir die Vielfalt der beschreibbaren Prozesse etwas einschränken. So wird nur Spaltung in Fragmente fast gleicher Kollektivstruktur ohne γ -Deformation betrachtet. Damit die Ergebnisse verglichen werden können, werden in allen Beispielen gleiche Fragmentladungen ($Z_1=Z_2=48$) und -massen ($A_1=A_2=122$) angenommen. Daß für die Zwecke der Modellrechnung eine niedrige Radialbarriere günstig ist, wurde bereits erwähnt. Da alle Rechnungen, die in Anhang B diskutierten Fragmentkorrelationen verwenden, ist es sinnvoll, zur Veranschaulichung des Spaltpotentials eine Parameterebene zu zeichnen, in der sich diese nicht bemerkbar machen, so daß nur der Effekt der übrigen Kopplungen verbleibt. Die Flächen der potentiellen Energie (PEF), deren Höhenlinien in MeV angegeben sind, entsprechen also Abb. 2.2 und enthalten im allgemeinen den "Spaltweg".

Die Spektren zeigen nur Zustände positiver Parität mit Gesamtdrehimpuls $I=0$ und 2, letztere sind gestrichelt eingezeichnet; die Energieangabe bezeichnet die zugehörigen Gesamtbreiten, wenn nicht anders vermerkt in keV. Wir beschäftigen uns nur mit dem niederenergetischen Bereich, in dem die Zustände noch mehr oder minder isolierte Resonanzen bilden. Zur Charakterisierung der Niveaus sind für die hauptbeitragenden Kanäle Spalten eingerichtet, in denen die relativen Kanalstärken durch Striche entsprechender Länge und

Prozentangabe eingetragen sind. Von den Kanalquantenzahlen am unteren Rand gelten jeweils die linken für $I=0$, die rechten für $I=2$.

Im nächsten Abschnitt wird nur der Einkanalfall, d.h. die reine Radialbewegung betrachtet. Der dritte Abschnitt beschäftigt sich mit den Korrelationen, während im vierten Abschnitt deren Struktur zusätzlich r -abhängig verändert wird. Eine Diskussion einiger numerischer Probleme findet sich in Abschnitt 5.

4.2 RADIALBEWEGUNG

Die Sonderbehandlung der Radialbewegung, die im Gegensatz zur intrinsischen durch komplexe Phononen beschrieben wird, legt eine Untersuchung der Eigenschaften der Radialbasis nahe. Dabei interessieren uns hauptsächlich drei Fragen. Wie wir in Kapitel 3 gesehen haben, besteht ein Zusammenhang zwischen den Polen der S -Matrix und den komplexen Eigenenergien. Wir werden also als erstes zu untersuchen haben, ob eine Streurechnung bei diesen Energien Resonanzen zeigt. Weiterhin ist die Abhängigkeit der komplexen Basis von der Randbedingungsenergie wichtig. Als drittes schließlich stellt sich die Frage, inwieweit die in Abschnitt 3.2 gewählte Kastenbasis für Rechnungen mit realistischeren Radialbarrieren geeignet ist.

Aus den durch numerische Integration erhaltenen Streulösungen wurde durch Anpassung an die Asymptotik am Wechselwirkungsradius R die Phasenverschiebung δ_1 bestimmt und für das Basispotential (3.10) in Abb. 3.1a gegen die (reelle) Ener-

gie E_n aufgetragen. Die Energien beziehen sich auf $V_a = Z_1 Z_2 e^2 / R$. Die Resonanzen — energetisch lokalisiert durch den Phasensprung um $\pi/2$ (bezogen auf die Hintergrundphase δ_H) — sind zu vergleichen mit den Schnittpunkten der komplexen Basisenergien, Abb. 3.1b, mit der Geraden $E_n = E_r$ (siehe 3.17), die hier praktisch senkrecht verläuft. Es zeigt sich, daß die Realteile der Resonanzenergien trotz der Verschiedenheit der Lösungsverfahren sehr gut übereinstimmen. Für einen Vergleich der Imaginärteile ist die Steilheit der Phasensprünge zu ungenau, es wurden deshalb Streurechnungen mit komplexer Einschußenergie durchgeführt um die S-Pole direkt in der komplexen Ebene zu lokalisieren. Das Ergebnis ist für $l=0$ in Abb. 4.1 zu sehen. Dort sind Basisspektren zu fester Randbedingungsenergie (Pfeil) für verschiedene Werte des Relativdrehimpulses eingetragen. Wie man sieht, haben auch die Breiten etwa die quadratische Energieabhängigkeit des Kastenspektrums. Es zeigt sich, daß das komplexe $l=0$ -Spektrum systematisch etwas größere Breiten als die entsprechenden S_0 -Pole besitzt. Zu ähnlichen Ergebnissen kamen Lejeune und Nagarajan bei einem Vergleich zwischen Kapur-Peierls- und R-Matrix-Breiten /LN70/.

Mit der Verwendung der Basis- statt der Resonanzenergien in diesem Vergleich haben wir der Frage nach der Randbedingungsabhängigkeit der Basis bereits vorgegriffen. Abb. 3.1b zeigt quantitativ, daß diese über einen relativ großen Energiebereich nur schwach von der Randbedingung abhängt — ein Resultat, das in Gestalt der Näherung (3.24) in das Modell eingeht.

Um einen Überblick über Lage und Breite der Resonanzenergien für verschiedene Radialpotentiale zu erhalten, sind in Abb. 4.2 Trajektorien der drei untersten Zustände für drei verschiedene Potentialformen gezeichnet. Unserer Parametrisierung entsprechend wurden Potenzen von r gewählt, deren Ko-

effizient sich entlang der entsprechenden Linie ändert und für verschiedene Werte eingezeichnet ist. Positive Koeffizienten bedeuten Radialbarrieren und senken mehr oder weniger drastisch die Breiten der unteren Zustände. Der Einsatz in Abb. 4.2 zeigt quantitativ zwei Beispiele von Barrieren gleicher Höhe aber verschiedener Dicke. Zu beachten sind die im Vergleich zur Basis sehr geringen Breiten, die durch destruktive Interferenz der Basisfunktionen im Tunnelbereich zustande kommen (siehe Glchg. 3.34). Für ein realistischeres Potential ist dies in Abb. 4.3 demonstriert. Hier ist das Betragsquadrat der Radialwellenfunktion mit eingezeichnet. Um für Barrieren dieser Höhe Konvergenz zu erreichen, werden allerdings etwa 16 Basiszustände benötigt.

4.3 STANDARD-KORRELATIONEN

Wir wenden uns nun Mehrkanalrechnungen zu und betrachten als erstes den Effekt der in Anhang B diskutierten Fragmentkorrelationen. Zu diesem Zweck führen wir den Kopplungsterm

$$(4.1) \quad V_K = C_K(r) \left[V_{\alpha r}^1 + V_{\alpha r}^2 + V_{\alpha\alpha} \right]$$

ein. $V_{\alpha\alpha}$ und $V_{\alpha r}^i$ sind durch (B1) bzw. (B4) gegeben, die Radialabhängigkeit $C_K(r)$ hat die Form (2.15), wird also durch die Koeffizienten c_1^K und c_2^K parametrisiert. Wir werden der Einfachheit halber $c_2^K=0$, d.h. eine lineare Radialabhängigkeit der Korrelationen wählen.

Betrachten wir zunächst den Fall r -unabhängiger harmonischer

Oszillatoren in beiden Fragmenten. Entlang der speziellen Schnittebene durch den Parameterraum, die wir in Kapitel 2 als "Nilsson-Ebene" bezeichnet haben, verschwindet V_K identisch, so daß die Potentialfläche der Abb. 4.4 einfach eine Überlagerung aus β -Oszillator und Radialbarriere darstellt. Die Abb. 4.6 und 4.7 zeigen zu verschiedenen Kopplungsstärken c_1^K gehörige Spektren dieser Fläche.

Für schwache Korrelationen ist die Grobstruktur die einer Überlagerung von Radialbanden in den verschiedenen Kanälen, erkenntlich an der Kanalzugehörigkeit der Zustände und ihrer systematischen Verbreiterung innerhalb einer Bande. Der Abstand der Bandenköpfe ergibt sich wegen der Zentrifugalbarriere nur für Kanäle gleichen Radialdrehimpulses ungefähr aus der Differenz ihrer intrinsischen Energien; so setzen in Abb. 4.6 die 1-Phononenkanäle mit $I=0$ erst bei über 0.7 MeV ein, während die mit $I=2$ nur ca. 0.43 MeV über dem (2^+) 0-Phononenkanal liegen, der hier Relativdrehimpuls 2 besitzt ($\hbar\omega$ beträgt etwa 0.46 MeV). Die Kopplungen rufen Wechselwirkungen zwischen diesen Banden hervor, die sich im Falle der Standard-Korrelationen hauptsächlich zwischen unsymmetrischen Kanälen bemerkbar machen. Komplementäre Kanäle (d.h. solche, deren Quantenzahlen sich durch Vertauschung der Fragmentnummern auseinander ergeben) koppeln am stärksten, wobei die Quasi-Entartung der Bandenköpfe aufgehoben wird. Der Charakter der Zustände ändert sich dabei in Richtung auf eine Symmetrisierung der komplementären Komponenten. Ein Beispiel dafür liefern etwa die Kanäle $(0_1 2_1 2 2 0)$ und $(2_1 0_1 2 2 0)$, sowie $(0_1 0_2 0 0 0)$ und $(0_2 0_1 0 0 0)$. Der letztere Fall zeigt, daß dabei auch symmetrische Kanäle, hier $(2_1 2_1 0 0 0)$, ein-koppeln, und zwar bevorzugt solche mit gleichem Relativdrehimpuls 1. Dies erklärt sich aus dem größeren möglichen

Überlapp der entsprechenden Radialwellenfunktionen.

Daß die Radialbewegung einen entscheidenden Einfluß auf die Dynamik nimmt, zeigt etwas überspitzt das Beispiel der tiefliegenden super-breiten Zustände, die wir als Isomere bezeichnen wollen. Ihre radiale Aufenthaltswahrscheinlichkeit ist zwischen Sattel- und Abrißpunkt konzentriert, in späteren Beispielen in bzw. über einem zweiten Minimum, was anhand der Radialfunktionen $R_n(r)$ nachgewiesen werden kann. In unserem Modell mit seiner flachen Radialbarriere spielen sie die Rolle einer Karikatur der in manchen Kernen beobachteten Spaltisomere, deren Breiten sich um Größenordnungen von denen der "inneren" Niveaus vergleichbarer Energie unterscheiden. Daß die Isomere als im Außenbereich lokalisierte Zustände von den Korrelationen viel schwächer beeinflußt werden, läßt sich gut in den Spektren verfolgen und wirkt sich auch in den Winkelverteilungen aus, wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden. Aus ähnlichen Gründen bevorzugen diese Zustände bei gleicher intrinsischer Energie Kanäle mit höherem Kanalspin l , deren Zentrifugalbarriere die Korrelationen abschirmt.

Die Korrelationsterme enthalten die α -Koordinaten quadratisch und bilden somit ein Beispiel für Kopplungen mit einem im Kanalraum diagonalen Anteil, der die Radialpotentiale in den einzelnen Kanälen individuell modifiziert. Dies macht sich pauschal in einer Verbreiterung und Stauchung der Spektren bemerkbar, kompliziert jedoch deren detaillierte Interpretation. Wir werden darauf im nächsten Kapitel noch einmal zurückkommen. Unmittelbare Konsequenz des quadratischen Korrelationsterms für die durch gute Phononenzahl gekennzeichneten Zustände des harmonischen Oszillators ist natürlich auch, daß nur Kanäle miteinander koppeln, die sich um eine gerade Anzahl von Pho-

nonen in entsprechenden Fragmenten unterscheiden.

Betrachten wir das andere Extrem, deformierte Kerne, so läßt sich nicht mehr mit der Phononenzahl argumentieren. Es ist zu erwarten, daß deformierte Fragmente stärker korrelieren als sphärische. Das bestätigen die Spektren der Abb. 4.8 und 4.9, die sich auf die Potentialfläche 4.5, Spaltung in Rotatorzustände, beziehen. Hier sind schon bei relativ geringen Kopplungsstärken komplementäre Kanäle mit gleichem Gewicht vertreten. Eine Erhöhung von c_1^K bewirkt eine Beimischung anderer Kanäle in symmetrischer Kombination, wobei auch hier die Tendenz zu Kanalgruppen gleichen Relativdrehimpulses deutlich wird (siehe z.B. den 5eV- und 48eV-Zustand in Abb. 4.9).

4.4 FRAGMENTDEFORMATIONEN

In diesem Abschnitt werden wir einige Beispiele profilierter Potentiallandschaften betrachten, wobei die Standard-Korrelationen der Spektren 4.7 bzw. 4.8 eingeschaltet bleiben.

Nach dem Beispiel des Rotators würde man erwarten, daß die PEF 4.10 für die innen lokalisierten Zustände zu stärkeren Korrelationen führt als 4.4. Die in 4.12 unterhalb 0.5 MeV einsetzenden Zustände — sie entsprechen der 1-Phononenbande in Abb. 4.7 — scheinen dies zu bestätigen. Höhere Zustände der Bande, wie die mit 4keV, 3keV und 20keV entkoppeln übrigens mehr und mehr, da ihre radiale Aufenthaltswahrscheinlichkeit nicht mehr so stark im Innenbereich lokalisiert ist. Diese wird für den 0.8keV- und 20keV-Zustand in Abb. 4.13 verglichen. Noch drastischer kommt der

Effekt in den Isomeren zum Ausdruck, deren Kanalstärken sie als praktisch ungekoppelte Zustände ausweisen — zumindest solange sie noch deutlich jenseits der Barriere lokalisiert sind. Für sie gilt mit zunehmender Energie natürlich die umgekehrte Entwicklung.

Die Deformation wurde in diesem Beispiel durch einen (in β) linearen Kopplungsterm erreicht und gering gehalten, um die im letzten Abschnitt erwähnte Wechselwirkung zwischen den Banden studieren zu können. Anhand der Kanalstärken läßt sich gut verfolgen, wie sich die Banden, die in den Abb. 4.6 und 4.7 noch — von geringen Beimischungen abgesehen — durch die Anzahl der angeregten Phononen charakterisiert werden konnten, "ähnlicher" geworden sind; der Erzeugungsoperator des α -Terms hat der Grundbande 1-Phononenkanäle beigemischt, der Vernichter der 1-Phononenbande den 0-Phononenkanal, womit sich die Bandenköpfe auch energetisch genähert haben. §

Die Dynamik dieser Anregungsprozesse wird durch die Radialbewegung explizit berücksichtigt: die Energien, Kanalstärken und Partialbreiten resultieren aus dem Verhalten der Wellenfunktionen und Kopplungen über den ganzen Wechselwirkungsbereich hinweg.

Die Kernformen der Abb. 2.2 suggerieren einen Spaltweg, auf dem die Fragmentdeformationen zunächst zu und — für Spaltung in sphärische Endkerne — dann wieder abnehmen. Ein solcher Spaltweg entspräche etwa der PEF 4.11, für deren Sattel die Fragmentdeformation maximal wird.

§ Die Interpretation ist etwas simplifiziert, da auch 2-Phononenkanäle ankoppeln, ihrer höheren Intrinsicenergie wegen jedoch in geringem Maße.

Bei Spaltung unter Deformation der Fragmente[§] erniedrigt sich die Radialbarriere also beträchtlich, was sich qualitativ zunächst in einer Verbreiterung der Zustände des Spektrums (Abb. 4.15) bemerkbar macht. Der Grundzustand, im Bereich geringer Deformation gelegen, koppelt hier nicht so stark wie im vorigen Beispiel; erst die höheren Niveaus über dem Sattel halten sich "lange genug" im Kopplungsbereich auf um deutlichere Kanalmischungen aufzuweisen. Abb. 4.14 zeigt die radiale Aufenthaltswahrscheinlichkeit des 4keV-Zustandes aus dem Spektrum 4.15, dessen Zugehörigkeit zur 1-Phononenbande durch die Beimischung der 0- und 2-Phononenkanäle kaum noch erkennbar ist. Der Anteil der letzteren übersteigt dabei im Gegensatz zum Beispiel der Abb. 4.12 und zum tiefer liegenden Bandenkopf, dessen $|R_n(r)|^2$ ebenfalls gezeichnet ist, den des 0-Phononenkanals weit.

Wir werden noch zwei Potentialflächen betrachten, die sekundäre Minima aufweisen. Der deformierte Kern der PEF 416 spaltet über eine Art Scission-Minimum, wie es in einem molekularen Modell von manchen Autoren für den Spaltprozess postuliert wird /N866/, /RN69/. Das Spektrum 4.8 zeigt als primären Effekt eine Verbreiterung der Zustände des inneren Topfes verbunden mit einer Stabilisierung der Isomere durch das zweite Minimum. Die in Abb. 4.8 sehr deutliche Symmetrisierung wird durch das "Durchlecken" der Wellenfunktionen in Bereiche geringerer Korrelationen verwischt.

Verschiebt sich das zweite Minimum zu größeren Deformationen hin, so bilden sich dort Isomere aus, deren Charakter sich deutlich von vergleichbaren Zuständen des inneren Topfes unterscheidet. Im Beispiel der PEF 4.17 liegt das

[§] Der Gesamtkern deformiert sich natürlich auch ohne daß die Fragmente dies tun.

"deformierte" Minimum etwas tiefer als das sphärische. Der Grundzustand (Abb. 4.19) ist deshalb ein Isomer, dessen Stärke zu etwa einem Drittel im 1-Phononen- und ca. 5% in 2-Phononenkanälen liegt, während der Grundzustand des ersten Minimums, der den sphärischen Endkernen "ähnlicher" ist, fast nur in den 0-Phononenkanal zerfällt. Zur Bestätigung dieser bereits aus den Spektren ablesbaren Zuordnung der Zustände läßt sich wieder die radiale Aufenthaltswahrscheinlichkeit heranziehen (Abb. 4.20). Die sich andeutende Präferenz der Isomere für Kanäle höheren Relativdrehimpulses scheint kein Zufall zu sein, sondern bestätigt sich für andere Zustände größerer Breite; ein besonders krasses Beispiel bietet das 99keV-Niveau. Man sieht deutlich, daß die 2-Phononenkanäle mit $l=0$ nur in schmalen, also "inneren", Resonanzen vertreten sind.

Ferner zeigt sich, daß die Korrelationen kaum Auswirkungen auf das Spektrum haben; im ersten Topf ist die Deformation zu gering, im zweiten die Korrelationskopplung.

Wir erwähnten bereits, daß die Partialbreiten nicht unbedingt mit den Kanalstärken übereinstimmen. Wesentlicher Effekt dabei ist, daß die Partialbreiten gegenüber letzteren im allgemeinen eine Umverteilung zugunsten von Kanälen geringerer Intrinsicenergie aufweisen. Als Beispiel sei der Grundzustand angeführt, dessen Partialbreiten zusammen mit der aus ihnen resultierenden Winkelverteilung der Spaltfragmente in Abb. 4.21 angegeben sind. Typisch ist also etwa, daß Resonanzen mit 0-Phononenkomponente in der Winkelverteilung sphärischer sind, als es ihre Kanalstärken glauben machen.

4.5 NUMERISCHES

Bevor wir uns in Kapitel 5 einer zusammenfassenden Diskussion zuwenden, soll in diesem Abschnitt noch auf einige Aspekte der erstellten Rechenprogramme eingegangen werden.

Von besonderer Bedeutung ist die Genauigkeit der Berechnung der komplexen Basis zu vorgegebener Randbedingungsenergie. Die Bestimmung der Energien, für die (3.18) erfüllt ist, geschieht semianalytisch mit Hilfe einer Nullstellensuche in der komplexen Ebene, wobei die in Abschnitt 4.2 erwähnte lineare Beziehung zwischen Real- und Imaginärteil der Energien eines Spektrums bei der Vorgabe der Startwerte verwendet wird. Die Genauigkeit der Übereinstimmung der logarithmischen Ableitungen beträgt durchschnittlich 10^{-5} . Von der gleichen Größenordnung ist die Orthogonalität, Gl.(3.23), der Basiszustände.

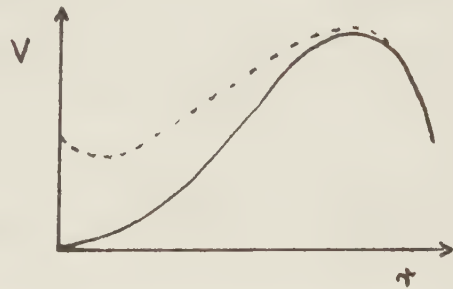
Die hohen Ladungs- und Massenparameter, sowie die komplexen Wellenvektoren erforderten ein spezielles Programm zur Berechnung der Coulombfunktionen und deren Ableitungen. Dabei kamen für verschiedene Bereiche der Coulomb-Parameter n und ρ unterschiedliche Methoden zur Anwendung, die bei Fröberg /Fr55/ beschrieben werden. Dieses Programm wurde (für reelle Energien) gegen tabellierte Werte /Tu58/, Testbeispiele /Fr55/ und für Grenzfälle gegen ein Programm aus Saclay getestet.

Für die komplexe Diagonalisierung wurde das Programm ALLMAT aus der SHARE-Bibliothek des DRZ Darmstadt modifiziert. Zur Beurteilung der Konvergenz wurden Rechnungen unter Variation des Kanal- und Radialraumes durchgeführt. Als Kriterien dienten die Stabilität der Eigenwerte und der Beitrag der Eigenvektorkomponenten. Es wurden maximal

45 Spaltkanäle und 16 Radialfunktionen einbezogen, wobei die Radialdimensionen der einzelnen Kanäle stark an deren Intrinsicenergie, Relativdrehimpuls und Ankopplungsgrad orientiert waren. Dadurch konnte eine beträchtliche Verbesserung der Konvergenz erreicht werden, deren schwacher Punkt jedoch die "schmalen Breiten" der (relativenergetisch) tiefliegenden Zustände innerhalb der Barriere blieben. So sind viele Sub-eV-Breiten nur als Größenordnungen zu betrachten, da hier oft eine erhebliche Diskrepanz zwischen Summe der Partialbreiten und Imaginärteil des Eigenwertes auftritt. Höhere Zustände einer Bande konvergieren oft im Realteil der Eigenenergie schlechter als in den Breiten, vor allem dort, wo die Radialbasis gering gehalten wurde. Die Kanalstärken sind im allgemeinen recht unanfällig gegen Variationen der Basis, nicht jedoch die Partialbreiten, die als Interferenzeffekt aus dem Verhältnis teilweise sehr kleiner Zahlen resultieren.

5 DISKUSSION

In dieser Arbeit wurde versucht, die Dynamik der Kernspaltung unter dem Aspekt wechselwirkender Fragment-Oberflächenschwingungen zu behandeln. Die prinzipiell unabhängigen Quadrupoldeformationen der sich ausbildenden Teilkerne wurden in einer Weise korreliert, die die Kernformen der Abb. 2.2 begünstigt. Solche Kopplungen können aus Konvergenzgründen nicht beliebig stark gemacht werden, was für den reinen Potentialterm auch gar nicht sinnvoll wäre: wie wir gesehen haben schmieren die Diagonalkopplungen mehr und mehr die Radialbarriere aus. Das liegt daran, daß das vom $\beta^+\beta$ -Anteil der $[\alpha\alpha]^{(1)}$ -Terme herrührende Effektivpotential im Innenbereich stärker als auf dem Sattel ist (siehe Skizze). Dieser Effekt entfielen, falls gleichartige Massenkorrelationen eingeführt würden, da deren $\beta^+\beta$ -Terme umgekehrtes Vorzeichen tragen.



Die Symmetrisierung komplementärer Kanäle erscheint dagegen physikalisch sinnvoll und kann in einem schematischen Modell, in dem starke Kopplungen betrachtet werden, eventuell dadurch vorweggenommen werden, daß man komplementäre Kanäle gar nicht erst als verschieden betrachtet. Die Profilierung der "Nilsson-Ebene" wurde vorwiegend mit in α linearen Kopplungstermen erreicht, um Spaltung über prolate Fragmentshapes begünstigen zu können. Strukturierteren Potentiallandschaften, wie sie sich etwa in PEF 4.5 mit ihrem um ca. 1 MeV höher gelegenen oblaten Spaltweg andeuten, steht grundsätzlich nichts im Wege.

Die Ankopplung des Kontinuumsfreiheitsgrades der Zentren-separation erfolgt mit Hilfe der Eigenzustände eines nicht-hermiteschen Radialhamiltonoperators, der die Randbedingungen des Zerfalls inkorporiert und direkt zu Gesamt- und Partialbreiten des Problems führt. Dieser Zugang eröffnet einige interessante Perspektiven:

- es können sehr viel mehr Spaltkanäle explizit behandelt werden als etwa in einem Gekoppelte-Kanäle-Verfahren.
- die Gesamtbreite berücksichtigt die Durchdringung mehrdimensionaler Spaltbarrieren ohne direkten Bezug auf Hilfsbegriffe wie Spaltwege nehmen zu müssen. Die Einbeziehung der breiten "doorway states" /Ly68/ sekundärer Minima, die für die intermediäre Struktur mancher Spalt-Wirkungsquerschnitte verantwortlich gemacht werden, bietet keine zusätzlichen Probleme.
- Die Partialbreiten liefern Aussagen über die Bevölkerung der unteren Kollektivzustände der primären Spaltprodukte.
- Die Winkelverteilung der Fragmente kann unmittelbar aus den Partialbreiten und Relativdrehimpulsen der Spaltkanäle berechnet werden.

In einer für die Zwecke der Modellrechnungen simplifizierten Form ist das Verfahren allerdings noch nicht für quantitative Vergleiche mit dem Experiment geeignet. Dazu müßten einerseits die Massen, vor allem die der Radialbewegung, eine detaillierte Struktur erhalten, zum anderen wären höhere Radialbarrieren nötig, um die experimentellen Breiten zu reproduzieren, letzteres würde eine höhere Genauigkeit der Rechnungen und ein anderes Basispotential V_B (siehe (3.21)) erfordern.

Die Reaktionstheorie der komplexen Diagonalisierung eignet sich wegen der "auslaufenden" Randbedingungen zwar besonders zur Behandlung von Zerfallsproblemen, ist jedoch nicht auf diese beschränkt. Die Berechnung von Wirkungsquerschnitten aus den Energien und Partialbreiten über eine Vielniveau-Breit-Wigner-Formel könnte in der Schwerionenstreuung Anwendung finden. Dort macht sich zwar die Randbedingungsenergieabhängigkeit der komplexen Basis stärker bemerkbar — es müßte also mehrmals diagonalisiert werden — bei höheren Energien verlieren jedoch die Einzelheiten des Radialpotentials an Bedeutung, was sich zum Vorteil der Radialkonvergenz auswirkt und eine Erweiterung des Kanalraumes ermöglicht, der in herkömmlichen Streurechnungen aus numerischen Gründen sehr beschränkt ist.

ANHANG A: GRUNDTENSOREN IRREDUZIBLER TENSORPOLYNOME

Bei der Aufstellung des Hamiltonoperators tritt das Problem auf, Produkte von Quadrupoltensoren $\alpha^{\{2\}}$ zu finden, die (bzgl. $O(3)$) irreduzible Tensoren 1-ter Stufe bilden. Da es sich bei den Komponenten der Tensoren um die Koordinaten desselben "Teilchens" handelt,[§] muß das Produkt ferner trivialerweise symmetrisch bzgl. der Vertauschung von Komponenten der α 's gewährleistet ist. Um deren Anzahl für gegebene Potenz p und Multipolarität λ zu bestimmen, lassen sich gruppentheoretische Methoden verwenden, wobei speziell eine von Littlewood /Li36/ eingeführte Operation, der Plethysmus zweier Funktionen definierten Symmetrietyps, Anwendung finden kann.

Als p -stufige Tensoren über einem $(2\lambda + 1)$ -dimensionalen Raum transformieren sich die Produkte $\alpha^{\{\lambda\}p}$ unter unitären Transformationen, nach Darstellungen der Gruppe $SU(2\lambda + 1)$, die bekanntlich durch die Partitionen $[\mu_1, \dots, \mu_{2\lambda + 1}]$, $\sum_i \mu_i = p$, gekennzeichnet werden. Uns interessieren nur solche Produkte, die sich wie die vollkommen symmetrische Darstellung $[p]$ transformieren und außerdem ein definiertes Transformationsverhalten bzgl. der Drehgruppe $O(3)$ besitzen. Dazu ist $[p]$ nach den Darstellungen $\{1\}$ von $O(3)$ auszureduzieren, wobei man zweckmäßigerweise eine Senioritätsanalyse vorschaltet, d.h. $[p]$ zuerst nach Darstellungen $\langle v \rangle$ von $O(2\lambda + 1)$ reduziert. Dies liefert

$$[p] \longrightarrow \langle p \rangle \oplus \langle p-2 \rangle \oplus \dots \oplus \begin{cases} \langle 0 \rangle \\ \langle 1 \rangle \end{cases} \text{ für } \begin{matrix} p \text{ gerade} \\ p \text{ ungerade} \end{matrix}$$

[§] es sei zunächst nur ein Teilkern betrachtet

und es verbleibt das Problem, Produkte von Größen des $O(3)$ -Symmetrietyps $\{\lambda\}$ (d.h. irreduzibler Tensoren der Stufe λ bzgl. $O(3)$) zu finden, die bzgl. $O(5)$ vom Symmetrietyp $\langle v \rangle$ und bzgl. $O(3)$ vom Typ $\{1\}$ sind.

Die Auswahl solcher Produkte geschieht formell sehr einfach durch die Auswertung des Plethysmus $\{\lambda\} \otimes \langle v \rangle$, der per definitionem die im v -fachen Direktprodukt $\{\lambda\} \otimes \{\lambda\} \otimes \dots \otimes \{\lambda\}$ enthaltenen Symmetrietypen $\langle v \rangle$ enthält. Einzelheiten findet man z.B. bei Wybourne /Wy70/; dort sind auch Tabellen und Algorithmen zur Auswertung von Plethysmen angegeben. Die uns interessierenden Multiplizitäten K_1 ,

$$\{\lambda\} \otimes \langle v \rangle = \sum_i K_i \{i\} - \{\lambda\},$$

ergeben sich z.B. als Koeffizienten von φ^{-1} in

$$\varphi^{-\lambda v} (1 - \varphi) \prod_{i=1}^v \frac{1 - \varphi^{2\lambda+i}}{1 - \varphi^i}$$

und wurden in dieser Form programmiert. Die Ergebnisse sind in den Tabellen A1 und A2 zusammengestellt, die für Quadrupol-, Oktupol- und Hexadekupoltensoren angeben, wieviele linear unabhängige Möglichkeiten es gibt, solche Tensoren symmetrisch zum Drehimpuls l zu koppeln. Die Tabellen A2 beziehen sich dabei auf symmetrische Produkte der Ordnung p , die maximale Seniorität $v=p$ besitzen. Aus A1a entnimmt man z.B., daß es nur eine Möglichkeit gibt, vier $\alpha^{\{2\}}$ zu Null zu koppeln und aus A2a, daß dieses Produkt nicht die Seniorität 4 hat, d.h. mindestens zwei zu null gekoppelte α 's enthalten muß, womit die Struktur des Terms als $[\alpha\alpha]^{\{0\}}$. $[\alpha\alpha]^{\{0\}}$ festgelegt ist, d.h. jedes symmetrische Produkt aus vier $\alpha^{\{2\}}$ besteht aus den Bausteinen $[\alpha\alpha]^{\{0\}}$.

Die Frage, welche Tensorprodukte sich aus welchen 'Bausteinen' zusammensetzen lassen, führt auf das Problem der Grundtensoren. Dies sind solche Produkte $[(\alpha^{\{2\}})^p]^{[1]}$, aus denen sich kein zu null gekoppelter Anteil abspalten läßt, die sich also nicht in der Form

$$\left[(\alpha^{\{\lambda\}})^{p-m} \right]^{[l]} \cdot \left[(\alpha^{\{\lambda\}})^m \right]^{[0]}$$

schreiben lassen. Sie können durch einfaches Abzählen aus den Tabellen gewonnen werden, wobei man von A2 ausgehen kann, da die Grundtensoren natürlich maximale Seniorität besitzen müssen. So ist z.B. keines der 4 linear unabhängigen Produkte $[(\alpha^{\{2\}})^8]^{[4]}$ Grundtensor, da sich drei davon als $[(\alpha^{\{2\}})^6]^{[4]} \cdot [\alpha\alpha]^{[0]}$ schreiben lassen (sie erscheinen in A2a bereits nicht mehr), und das letzte als $[\alpha\alpha]^{[4]} \cdot [\alpha\alpha\alpha]^{[0]} \cdot [\alpha\alpha\alpha]^{[0]}$. Die Tabellen A3 geben die auf diese Weise ermittelte Anzahl der Grundtensoren in Abhängigkeit von λ , p , und l an.

ANHANG B: FRAGMENTKORRELATIONEN

Die erste der beiden Bedingungen (2.12) läßt sich direkt formulieren :

$$(B1) \quad V_{\alpha\alpha} \sim [(\alpha_1 - \alpha_2) \otimes (\alpha_1 - \alpha_2)]^{\{0\}} = [\alpha_1 \alpha_1]^{\{0\}} - 2[\alpha_1 \alpha_2]^{\{0\}} + [\alpha_2 \alpha_2]^{\{0\}}$$

Da das System, auf das sich die α -Parameter beziehen, gegenüber dem Laborsystem parallelverschoben ist, bedeutet die Transformation

$$(B2) \quad a_{i,m} = \sum_{\mu} \alpha_{i,\mu} D_{\mu m}^{\{i\}}(\varphi, \vartheta, \chi)$$

den Übergang in ein Bezugssystem, dessen z-Achse in die Richtung (θ, ϕ) des Relativvektors zeigt. Die zweite der Bedingungen (2.12) bedeutet, daß es Hauptachsensystem des Kerns i sein soll (vgl. Abb. 2.1). In diesem Fall gilt[§] /Bo52/:

$$(B3) \quad a_{i,m} = a_{i,\bar{m}}, \quad a_{i,1} = 0 \quad ; \quad i = 1, 2$$

Diese Bedingungen können direkt in den Komponenten a_m formuliert werden, da letztere nur von der Orientierung des Relativvektors $\vec{r}$ im Koordinatensystem der α 's abhängen und damit rotationsinvariant sind, wie man auch explizit mit Hilfe der um Θ_j 'gedrehten' Größen $\tilde{a}, \tilde{\alpha}, \tilde{D}$ sieht:

$$\tilde{\alpha}_{\mu} = \sum_{\nu} \alpha_{\nu} D'_{\nu\mu}(\Theta_j)$$

$$\tilde{D}_{\mu m} = \sum_{\lambda} D'_{\mu\lambda}(\Theta_j) D_{\lambda m}(\varphi, \vartheta, \chi)$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}_m &= \sum_{\mu} \tilde{\alpha}_{\mu} \tilde{D}_{\mu m} = \sum_{\nu} \sum_{\lambda} \alpha_{\nu} \underbrace{\sum_{\mu} D'_{\nu\mu} D'_{\mu\lambda}^{\dagger}}_{\delta_{\nu\lambda}} D_{\lambda m} \\ &= \sum_{\nu} \alpha_{\nu} D_{\nu m} = a_m \end{aligned}$$

[§] Es werden die Bezeichnungen $\bar{m} = -m$, $\hat{j} = \sqrt{2j+1}$ verwendet

Ein quadratischer Ansatz liefert mit (B2) :

$$\begin{aligned}
 |a_m|^2 &= \sum_{\mu, \mu'} (-1)^m \alpha_\mu \alpha_{\bar{\mu}'} D_{\mu m}^{\{2\}} D_{\bar{\mu}' \bar{m}}^{\{2\}} \\
 &= \sum_{\mu, \mu'} (-1)^m \alpha_\mu \alpha_{\bar{\mu}'} \sum_j \langle 2\mu 2\bar{\mu}' | j \mu - \mu' \rangle \langle 2m 2\bar{m} | j 0 \rangle D_{\mu - \mu', 0}^{\{j\}} \\
 &= (-1)^m \sum_{j, \mu, \mu'} \langle 2m 2\bar{m} | j 0 \rangle \sqrt{4\pi} \frac{1}{j} \alpha_\mu \alpha_{\bar{\mu}'} Y_{-\mu, \mu'}^j (-1)^{\mu - \mu'} \langle 2\mu 2\mu' | j \mu - \mu' \rangle \\
 &= (-1)^m \sqrt{4\pi} \sum_j \hat{j} \begin{pmatrix} 2 & 2 & j \\ m & \bar{m} & 0 \end{pmatrix} \left[[\alpha \alpha]^{\{j\}} \otimes Y^j \right]^{\{0\}}
 \end{aligned}$$

Wegen $\begin{pmatrix} 2 & 2 & j \\ m & \bar{m} & 0 \end{pmatrix} = (-1)^j \begin{pmatrix} 2 & 2 & j \\ \bar{m} & m & 0 \end{pmatrix}$ sind Summanden für gerades j gleich für m und $-m$, für ungerades j gleich bis aufs Vorzeichen. Die Summe $a_m a_m^* + a_{-m} a_{-m}^*$ liefert daher:

$$|a_m|^2 + |a_{-m}|^2 = (-1)^m 4\sqrt{\pi} \sum_{j=0,2,4} \hat{j} \begin{pmatrix} 2 & 2 & j \\ m & \bar{m} & 0 \end{pmatrix} \left[[\alpha \alpha]^{\{j\}} \otimes Y^j \right]^{\{0\}}$$

Für $m=\pm 2$ wird ferner der Term $a_2 a_{-2}^*$ benötigt, falls nicht über den Winkel γ gemittelt wird, der die Orientierung der dritten Hauptachse im Falle eines dreiachsigen Ellipsoids bestimmt:

$$\begin{aligned}
 a_2 a_{-2}^* &= \sum_{\mu, \mu'} \alpha_\mu \alpha_{\bar{\mu}'} D_{\mu 2}^{\{2\}} D_{\bar{\mu}' -2}^{\{2\}} \\
 &= \sum_{\mu, \mu'} \alpha_\mu \alpha_{\bar{\mu}'} \sum_j \langle 2\mu 2\bar{\mu}' | j \mu - \mu' \rangle \langle 2m 2\bar{m} | j 2m \rangle D_{\mu - \mu', 2m}^{\{j\}} \\
 &= \sum_M (-1)^M D_{\bar{M} 4}^{\{4\}} [\alpha \alpha]_M^{\{4\}}
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2\pi} \int d\gamma \langle Y_{m_1}^{l_1} \| D_{M_4}^{\{4\}*} \| Y_{m_2}^{l_2} \rangle = \frac{2}{\hat{l}_1 \hat{l}_2} (-1)^{M-m_2} \iiint d\delta d\varphi d\psi \sin\psi d\psi D_{m_1 0}^{\{l_1\}} D_{\bar{M} 4}^{\{4\}} D_{m_2 0}^{\{l_2\}}$$

$$= 0$$

Für Fragmente ohne γ -Deformation ergibt sich also ein Korrelationspotential der Form

$$(B4) \quad V_{\alpha r} \sim \sum_{j=0,2,4} \hat{j} \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 2 & j \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 & j \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \right\} \left[[\alpha \alpha]_{00}^{(j)} \gamma^j \right]^{(0)}$$

Zur Veranschaulichung kann dieses Potential in intrinsischen Koordinaten in Abhängigkeit von einem Winkel $\tilde{\theta}$ ausgedrückt werden, der die Abweichung der Fragmenthauptachse von der Richtung (θ, ϕ) mißt. Es lautet dann

$$V_{\alpha r} \sim \beta^2 \left(14 - 5 P_2(\cos \tilde{\theta}) - 9 P_4(\cos \tilde{\theta}) \right)$$

und ist in Abb. 2.6 für verschiedene Werte der Deformation aufgetragen.

ANHANG C : MATRIXELEMENTE DER KOPPLUNGSTERME "

$$\langle \kappa' | V_c^{\tau} | \kappa \rangle = \langle \left[\phi_1^{j_1' n_1'} \otimes \phi_2^{j_2' n_2'} \right]^j Y^{l'} \rangle_m^I \left| \left[\left[\alpha_1^{p_1} \right]^{q_1} \left[\alpha_2^{p_2} \right]^{q_2} \right]^q Y^q \right|^0 \left| \left[\phi_1^{j_1 n_1} \otimes \phi_2^{j_2 n_2} \right]^j Y^l \right\rangle_m^I$$

Übergang zu reduzierten Matrixelementen :

$$\begin{aligned} &= \langle \left[\phi_1^{j_1' n_1'} \otimes \phi_2^{j_2' n_2'} \right]^j \parallel \left[\alpha_1^{p_1} \right]^{q_1} \left[\alpha_2^{p_2} \right]^{q_2} \parallel \left[\phi_1^{j_1 n_1} \otimes \phi_2^{j_2 n_2} \right]^j \rangle \\ &\times (-1)^{j+l'+I-q} \begin{Bmatrix} I & j' & l' \\ q & l & j \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2q+1}} \langle Y^{l'} \parallel Y^q \parallel Y^l \rangle \\ &= \langle \phi_1^{j_1' n_1'} \parallel \left[\alpha_1^{p_1} \right]^{q_1} \parallel \phi_1^{j_1 n_1} \rangle \langle \phi_2^{j_2' n_2'} \parallel \left[\alpha_2^{p_2} \right]^{q_2} \parallel \phi_2^{j_2 n_2} \rangle \\ &\times (-1)^{j+l'-q} \begin{Bmatrix} I & j' & l' \\ q & l & j \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} l' & q & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} j_1' & j_1 & q_1 \\ j_2' & j_2 & q_2 \\ j & j & q \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \hat{l}' \hat{l} \hat{q} \hat{j} \hat{j}' \end{aligned}$$

Berechnung der reduzierten Matrixelemente der beiden Teilsysteme :

$$\langle \phi^{j' n'} \parallel [\alpha^p]^q \parallel \phi^{j n} \rangle = \sum_{\substack{N' v' \\ N v}} c_{N' v'}^{j' n'} c_{N v}^{j n} \langle N' v' j' \parallel [\alpha^p]^q \parallel N v j \rangle$$

Abspaltung eines zu q gekoppelten Grundtensors :

$$\langle N v j \parallel [\alpha^p]^q \parallel N v j \rangle =$$

$$\begin{aligned}
 &= \hat{q} \quad (-)^{q+j+j'} \sum_{N''v''j''} \left\{ \begin{matrix} 0 & q & q \\ j & j' & j'' \end{matrix} \right\} \langle N'v'j' \| [\alpha^{p'}]^0 \| N''v''j'' \rangle \langle N''v''j'' \| [\alpha^{p-p'}]^q \| Nvj \rangle \\
 &= (2q+1) \hat{j} \sum_{N''v''} \langle N'v'j' \| [\alpha^{p'}]^0 \| N''v''j' \rangle \langle N''v''j' \| [\alpha^{p-p'}]^q \| Nvj \rangle
 \end{aligned}$$

Die reduzierten Matrixelemente von $[\alpha^{p'}]^{\{0\}}$ konnten direkt aus /Gn70/ übernommen werden, die $[\alpha^p]^{\{q\}}$ wurden auf reduzierte Matrixelemente der Erzeugungs- bzw. Vernichtungsoperatoren umgeschrieben, die in programmierter Form vorlagen.

ANHANG D : WINKELVERTEILUNGEN

Die Projektion $|j_1 n_1 m_1, j_2 n_2 m_2\rangle \langle j_1 n_1 m_1, j_2 n_2 m_2| \equiv |i\rangle \langle i|$ liefert die Amplitude für den intrinsischen Zustand i : §

$$(D1) \quad \langle i | n \rangle \equiv a_n^i(r, \vartheta, \varphi) = \sum_{\kappa'} R_n^{\kappa'}(r) \langle i | \kappa' \rangle$$

$$(D2) \quad \langle i | \kappa' \rangle = \langle j_1 n_1 m_1, j_2 n_2 m_2 | j_1' n_1' j_2' n_2' j l I \rangle$$

$$= \delta_{j_1 j_1'} \delta_{n_1 n_1'} \delta_{j_2 j_2'} \delta_{n_2 n_2'} \sum_m \hat{I} \hat{j} \\ \times (-1)^{j-l+j_1-j_2+m} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j \\ m_1 & m_2 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & l & I \\ \bar{m} & m & 0 \end{pmatrix} Y_m^l(\vartheta, \varphi)$$

Die Kanalsummation in D1 bricht also auf Kanäle $|\kappa_i\rangle = |j_1 n_1 j_2 n_2 j l I\rangle$ zusammen :

$$(D3) \quad a_n^i = \sum_{j l} R_n^{\kappa_i} \hat{I} \hat{j} (-1)^{j-l+j_1-j_2} \sum_m (-1)^m \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j \\ m_1 & m_2 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & l & I \\ \bar{m} & m & 0 \end{pmatrix} Y_m^l$$

Die asymptotische Winkelverteilung des Teilchenstromes wird durch den Wert von a_n^i am Scission-Radius R bestimmt :

§ Es werden die Bezeichnungen $\bar{x} = -x$ und $\hat{j} = \sqrt{2j+1}$ verwendet.

$$j_n^i(R; \vartheta, \varphi) = \operatorname{Re} \left[\frac{\hbar}{iM} a_n^{i*} \frac{\partial a_n^i}{\partial r} \right]_{r=R}$$

Da die in (D3) auftretenden Kanäle die gleiche Wellenzahl $k_r^{K_i}$ haben, und für große Wechselwirkungsradien R darüberhinaus die noch verbleibende Drehimpulsabhängigkeit der logarithmischen Ableitung vernachlässigt werden kann,

$$L_k^+ \simeq L_{k=1}^+ \equiv L^+$$

gilt

$$\left. \frac{dR_n^k(r)}{dr} \right|_{r=R} = L^+ R_n^k(R)$$

Falls nicht nach Anregungszuständen diskriminiert wird, ergibt sich somit für die Winkelabhängigkeit des Gesamtstromes der aus dem Zustand n zerfallenden Fragmente:

$$\begin{aligned} J_n(\vartheta, \varphi) &= \sum_i j_n^i(R; \vartheta, \varphi) \\ &= -\frac{\hbar}{M} \operatorname{Re} \left[i L^+ (2I+1) \sum_{\substack{j_1 n_1 m_1 \\ j_2 n_2 m_2}} \left| \sum_{l j} R_n^k \hat{d}^{j-l+j_1-j_2} (-1)^{j-l+j_1-j_2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \sum_m (-1)^m \begin{pmatrix} j_1 j_2 j \\ m_1 m_2 m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j l I \\ \bar{m} m 0 \end{pmatrix} Y_m^l \right|^2 \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{\hbar}{M} \text{Im } L^+ (2I+1) \sum_{\substack{j_1 \dots \\ \dots m_2}} \left| \sum_{\ell, j} R_n^{\kappa} \hat{j} (-1)^{j-\ell+j_1-j_2+m_1+m_2} \right. \\ \times \left. \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j \\ m_1 & m_2 & \overline{m_1+m_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & \ell & I \\ \overline{m_1+m_2} & \overline{m_1+m_2} & 0 \end{pmatrix} Y_{\overline{m_1+m_2}}^{\ell} \right|^2$$

$$= \frac{\hbar}{M} \text{Im } L^+ (2I+1) \sum_{\substack{j_1 \dots \\ \dots m_2}} \sum_{\substack{\ell, j \\ \ell', j'}} R_n^{\kappa} R_n^{\kappa' *} \hat{j} \hat{j}' (-1)^{j-\ell+j'-\ell'} \\ \times \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j \\ m_1 & m_2 & \overline{m_1+m_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & \ell & I \\ \overline{m_1+m_2} & \overline{m_1+m_2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j' \\ m_1 & m_2 & \overline{m_1+m_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j' & \ell' & I \\ \overline{m_1+m_2} & \overline{m_1+m_2} & 0 \end{pmatrix} \\ \times \underbrace{Y_{\overline{m_1+m_2}}^{\ell} Y_{\overline{m_1+m_2}}^{\ell' *} }_{(-1)^{m_1+m_2} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{\tilde{\ell}} \hat{\ell} \hat{\ell}' \hat{\tilde{\ell}} \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \tilde{\ell} \\ \overline{m_1+m_2} & \overline{m_1+m_2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & \ell' & \tilde{\ell} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Y_0^{\tilde{\ell}}}$$

LITERATURVERZEICHNIS

- /BL68/ L.C.Biedenharn, J.D.Louck, Commun.Math.Phys., 8(1968)89
/B157/ C.Bloch, Nucl.Phys., 4(1957)503
/Bo52/ A.Bohr, Dan.Mat.Fys.Medd., 26(1952)No.14
/EG70/ J.M.Eisenberg, W.Greiner, Nuclear Theory, Bd.1, North Holl.
/FM73/ H.J.Fink, J.Maruhn, W.Scheid, W.Greiner Preprint 1973
/Ha69/ R.Hasse, Nucl.Phys., A123(1969)609
/Ha71/ R.Hasse, Phys.Rev.C, 4(1971)572
/GG71/ G.Gneuß, W.Greiner, Nucl.Phys. A171(1971)449
/Gn70/ G.Gneuß, Dissertation, Frankfurt/M, (1970)
/Gr69/ W.Greiner, Cargèse Lectures in Physics, Vol.III(1969)535
/HD72/ H.Hofmann, K.Dietrich, Preprint (1972)
/Ju67/ B.R.Judd, "Second Quantization and Atomic Spectroscopy"
Johns Hopkins Press, Baltimore, Maryland (1967)
/KP38/ P.L.Kapur, R.Peierls, Proc.Roy.Soc., A166(1938)277
/KT72/ T.Kishimoto, T.Tamura, Nucl.Phys., A192(1972)246
/KB67/ K.Kumar, M.Baranger, Nucl.Phys., A92(1967)608,
A122(1968)241 und 273
/Li36/ D.E.Littlewood, J.London Math.Soc., 11(1936)49
/Lo65/ J.D.Louck, J.Math.Phys., 6(1965)1786
/Lo70/ J.D.Louck, Am.Journ.Phys., 38(1970)3
/LN70/ A.Lejeune, .A.Nagarajan, Bull.Soc.Roy.Sci.Liège, 39
(1970)299
/LP72/ T.Ledergerber, H.C.Pauli, Phys.Lett., 39B(1972)307
/Ly68/ J.E.Lynn, Rept. AERE R 5891 Harwell (1968)
/MG72/ J.Maruhn, W.Greiner, Z.Phys., 251(1972)431
/Mo74/ T.Morović, Dissertation, Frankfurt/M, (1974)
/MV67/ K.W.McVoy in "Fundamentals in Nuclear Theory" ,
IAEA, Wien, (1967)
/Ni64/ J.R.Nix, Ph.D.thesis, Univ. of California (1964)
/Nö66/ W.Nörenberg, Dissertation, TH München (1966)
/Pa33/ W.Pauli in "Handbuch der Physik", Bd.24, Teil 1(1933)120

- /Po28/ B.Podolsky,Phys.Rev.,32(1928)812
/RN69/ J.Rasmussen,W.Nörenberg,H.J.Mang,Nucl.Phys.
A136(1969)465
/Sø67/ B.Sørensen,Nucl.Phys.,A97(1967)1 , A119(1968)65
/Ta65/ T.Tamura,Rev.Mod.Phys.,37(1965)679
/Tu58/ A.Tubis,Los Alamos Rept. LA-2150
/Wy70/ B.G.Wybourne, "Symmetry Principles and Atomic Spec-
troscopy", Wiley-Interscience (1970)

ABBILDUNGSVERZEICHNIS :

- Abb. 2.1 Erläuterung der Parametrisierung. Dargestellt ist das Laborsystem ($\vec{r}$), die Teilkernsysteme ($\hat{\alpha}_i$), die Richtungen der Fragmentachsen (θ_i, ϕ_i) die Fragmentdeformationen (β_i, γ_i) und die Zentrenseparation (r, θ, ϕ)
- Abb. 2.2 Kernformen in Abhängigkeit von $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ und r , alle anderen Parameter gleich null, z-Achse in Spaltrichtung.
- Abb. 2.3 wie Abb. 2.2, jedoch $\beta_2 = 0$
- Abb. 2.4 wie Abb. 2.2, jedoch $\theta = 30^\circ$
- Abb. 2.5 wie Abb. 2.2, jedoch $\beta_2 = \text{ctg } 30^\circ \beta_1$, d.h. die Kernformen gehören zu einem Schnitt durch den Parameterraum unter einem Winkel von 30° zwischen den β_i -Achsen.
- Abb. 2.6 Korrelationspotential V_{ar} in Abhängigkeit vom Winkel ϑ zwischen der Fragmentachse und dem Relativvektor für verschiedene Deformationen. Die Einheiten hängen von der Kopplungsstärke ab (siehe Beschreibung der Abb. 4.6).
- Abb. 3.1a $l=0$ -Phasenshifts für das Potential (3.10) in Abhängigkeit von der Energie, bezogen auf V_a . Zur besseren Lokalisierung der Phasensprünge sind die Punkte innerhalb einer Resonanz (energie-) äquidistant gezeichnet.
- Abb. 3.1b Real- und Imaginärteil der Eigenenergien der

Zustände desselben Potentials zur Randbedingung auslaufender Coulombwellen in Abhängigkeit von der Energie, mit der letztere berechnet wurden. Man beachte, daß für E_n und Γ_n verschiedenen Skalen gelten. Die Breiten sind für $\hat{E}_r \approx 0$ an die Energiewerte gezeichnet, um mit den Phasenshiftsprüngen vergleichen zu können.

- Abb. 4.1 Komplexe Basisspektren für $l=0,2,4,6$, Potential wie Abb. 3, mit reeller Randbedingungsenergie E_r , zum Vergleich sind die Pole der S-"Matrix" für $l=0$ eingezeichnet.
- Abb. 4.2 Ähnlich Abb. 4.1, jedoch nur $l=0$ -Zustände, für drei verschiedene Radialabhängigkeiten des Basispotentials (in Abb. 4.1 war das Basispotential konstant, auf diesen Wert bezieht sich die Energieskala) und für die untersten drei Zustände.
- Abb. 4.3 Radiale Aufenthaltswahrscheinlichkeit und Breiten für Zustände innerhalb einer 1 MeV-Barriere, diagonalisiert in einer komplexen Kastenbasis.
- Abb. 4.4 PEF-Schnitt durch das 13-dimensionale Potential (siehe Abb. 2.2), Höhenlinien in MeV, sphärischer "Spaltweg".
- Abb. 4.5 wie Abb. 4.4, jedoch "Spaltweg" im Deformierten. Man beachte den um über 1 MeV höher gelegene oblaten "Spaltweg".
- Abb. 4.6 Spektrum zur PEF 4.4, dargestellt wie in Abschnitt 4.1 beschrieben. Die Koeffizienten c_1^K geben die Stärke des Korrelationspotentials an, das mit r linear abnimmt. Für $c_1^K = -1.0$ gilt die Skala in

Abb. 2.6 bei 4 fm Zentrenseparation etwa in 1/10 MeV.

Abb. 4.7 wie 4.6, jedoch mit höherem Korrelationspotential.

Abb. 4.8 wie 4.6, jedoch zu PEF 4.5 gehörig.

Abb. 4.9 wie 4.8, höheres Korrelationspotential.

Abb. 4.10 wie 4.4, Mutterkern leicht deformiert.

Abb. 4.11 PEF für Spaltung unter Bevorzugung von Fragmentdeformationen am Sattelpunkt.

Abb. 4.12 Spektrum zu PEF 4.10, Korrelationen wie in Spektrum 4.7.

Abb. 4.13 Vergleich der radialen Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der Zustände mit den Breiten 0.8 keV und 20 keV aus dem Spektrum 4.12.

Abb. 4.14 wie 4.13, jedoch für den (ersten) 0.1 keV- und 4 keV-Zustand aus Spektrum 4.15.

Abb. 4.16 PEF für Spaltung in deformierte Kerne mit Scission-Minimum.

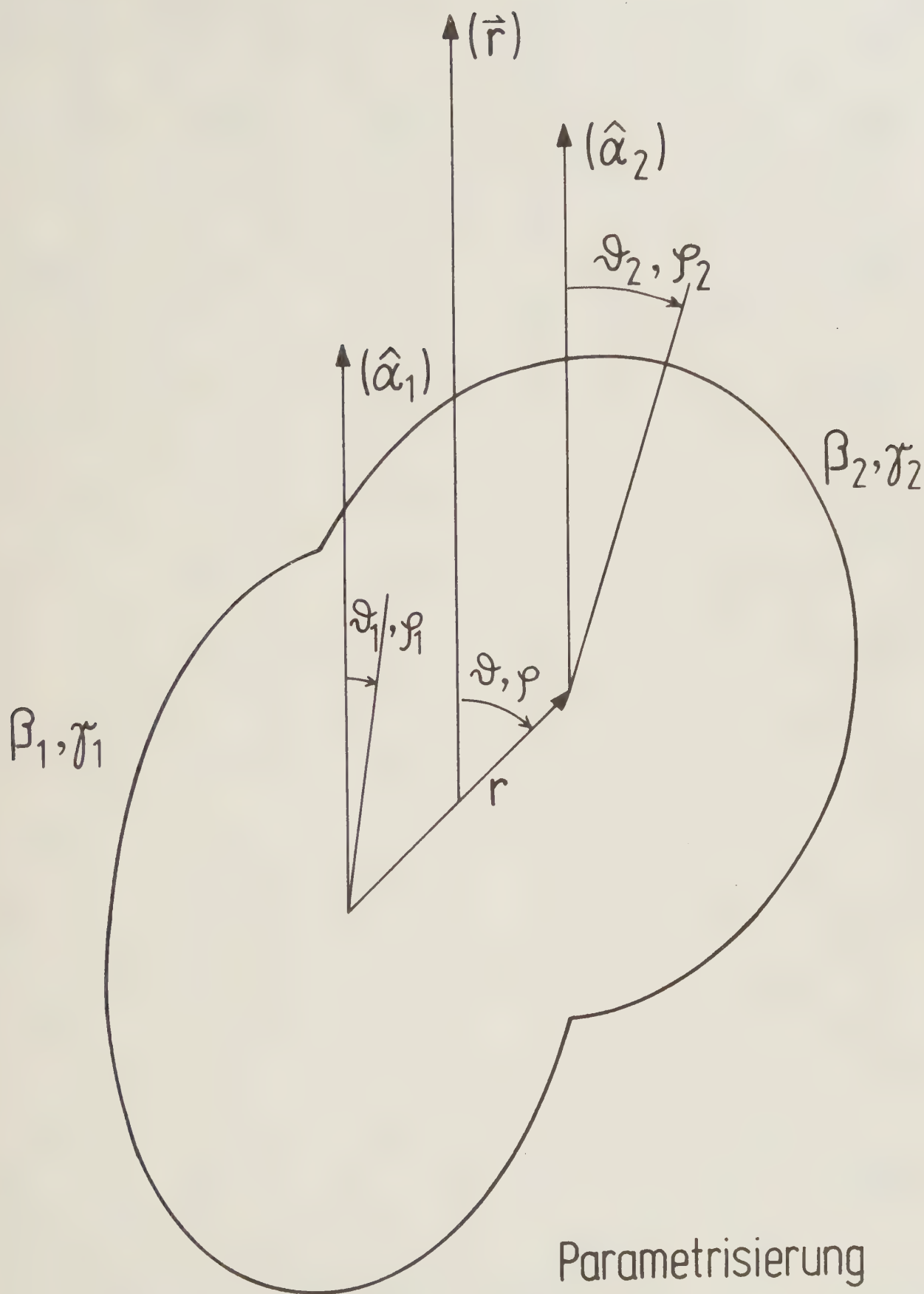
Abb. 4.17 PEF für Spaltung in sphärische Kerne mit sekundärem Minimum im Deformierten.

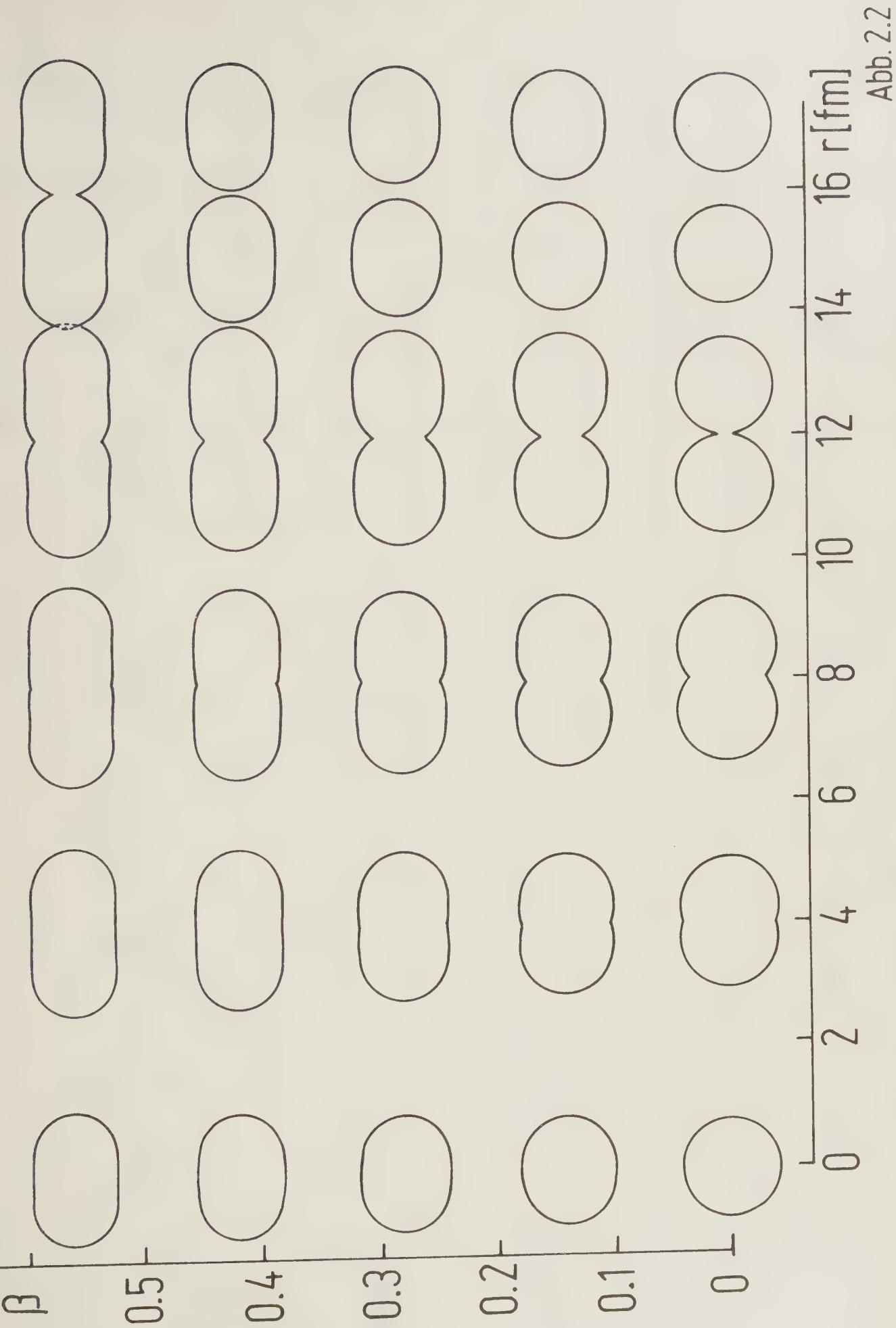
Abb. 4.18 Spektrum zu PEF 4.16.

Abb. 4.19 Spektrum zu PEF 4.17.

Abb. 4.20 Vergleich der radialen Aufenthaltswahrscheinlichkeit für den isomeren (55 keV) und sphärischen (2 eV) Grundzustand aus Spektrum 4.19.

Abb. 4.21 Winkelverteilung der Spaltfragmente des isomeren Grundzustandes aus Spektrum 4.19 im Laborsystem und Vergleich der Partialbreiten mit den Kanalstärken.





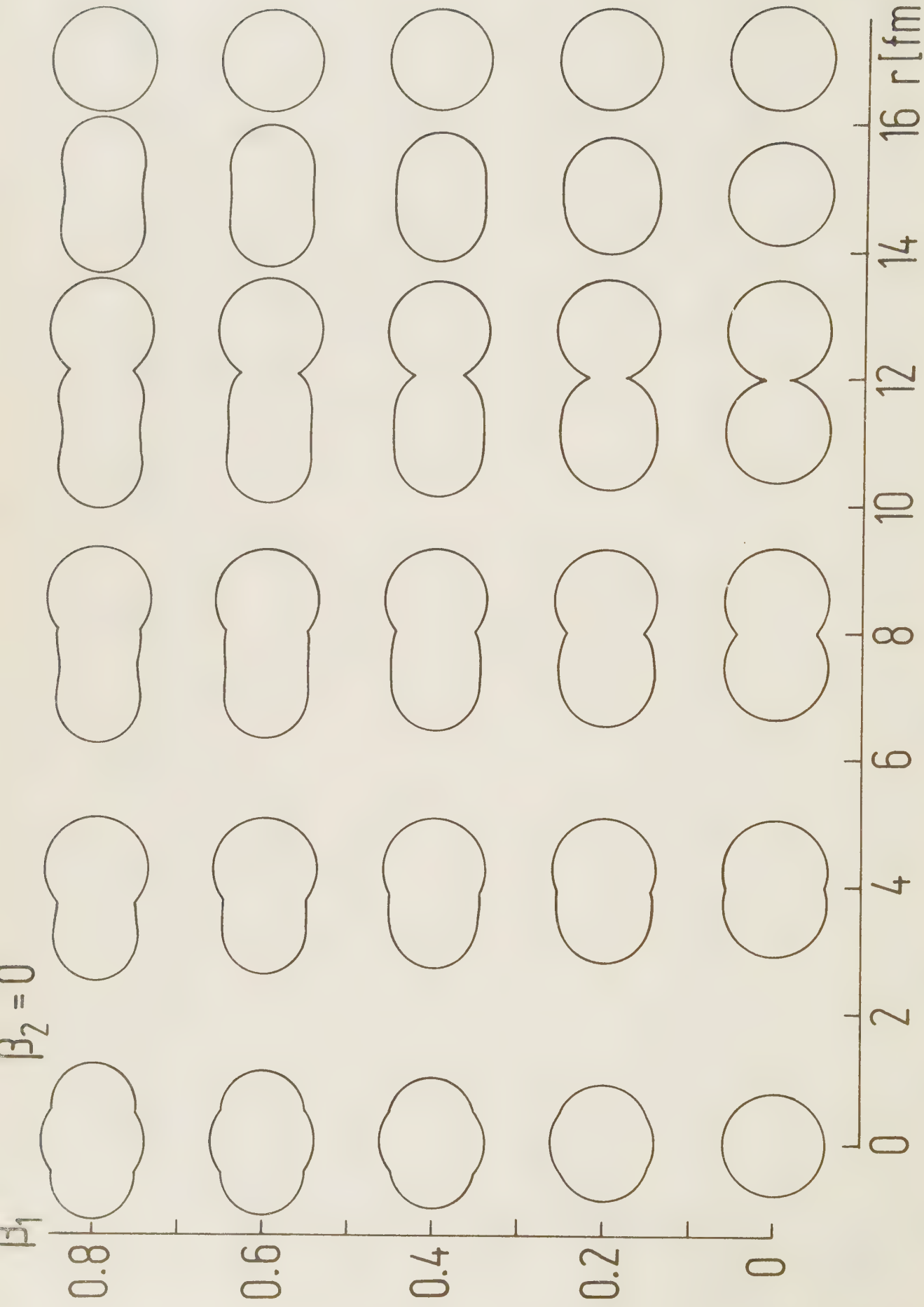


Abb. 2.3

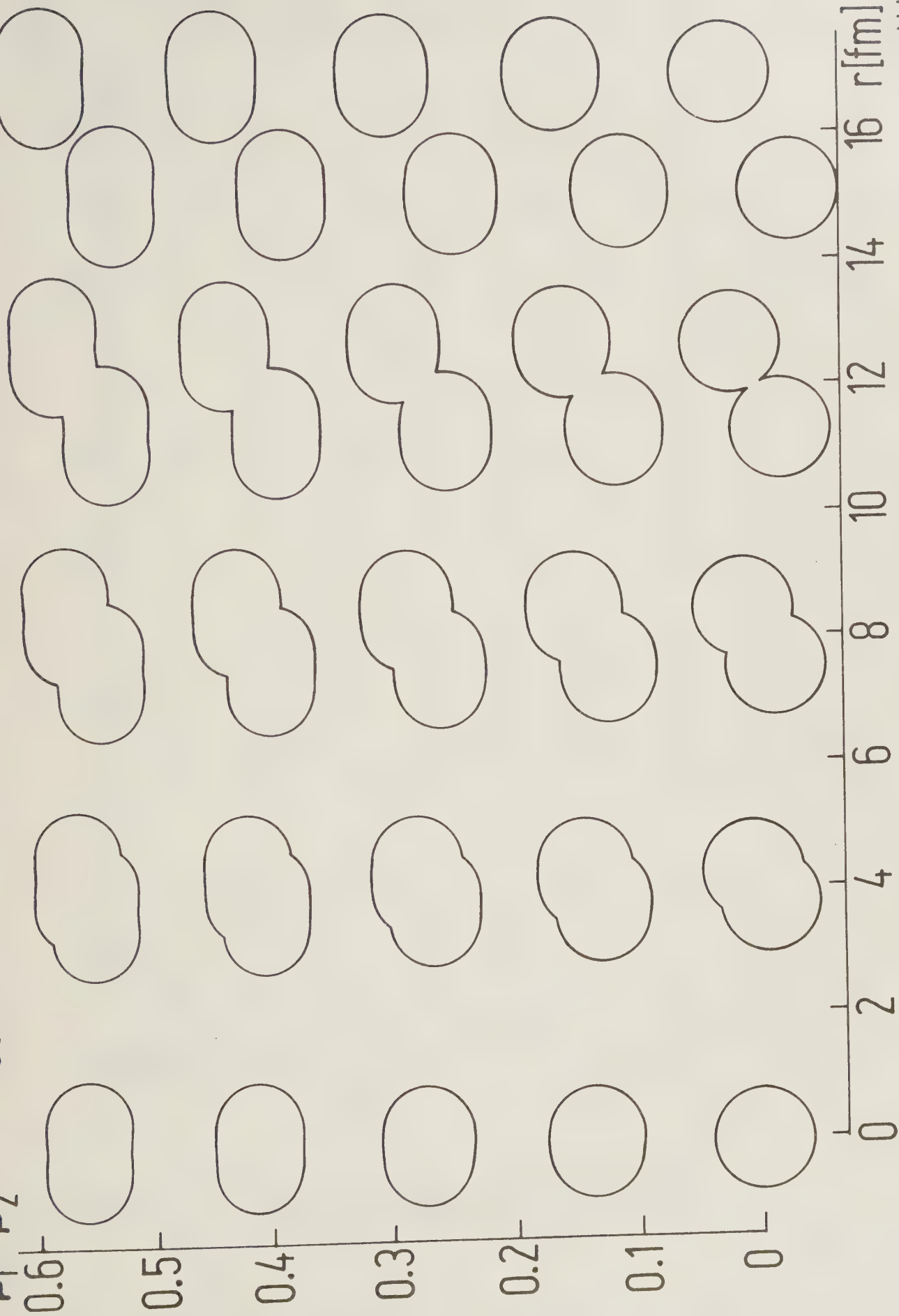


Abb. 2.4

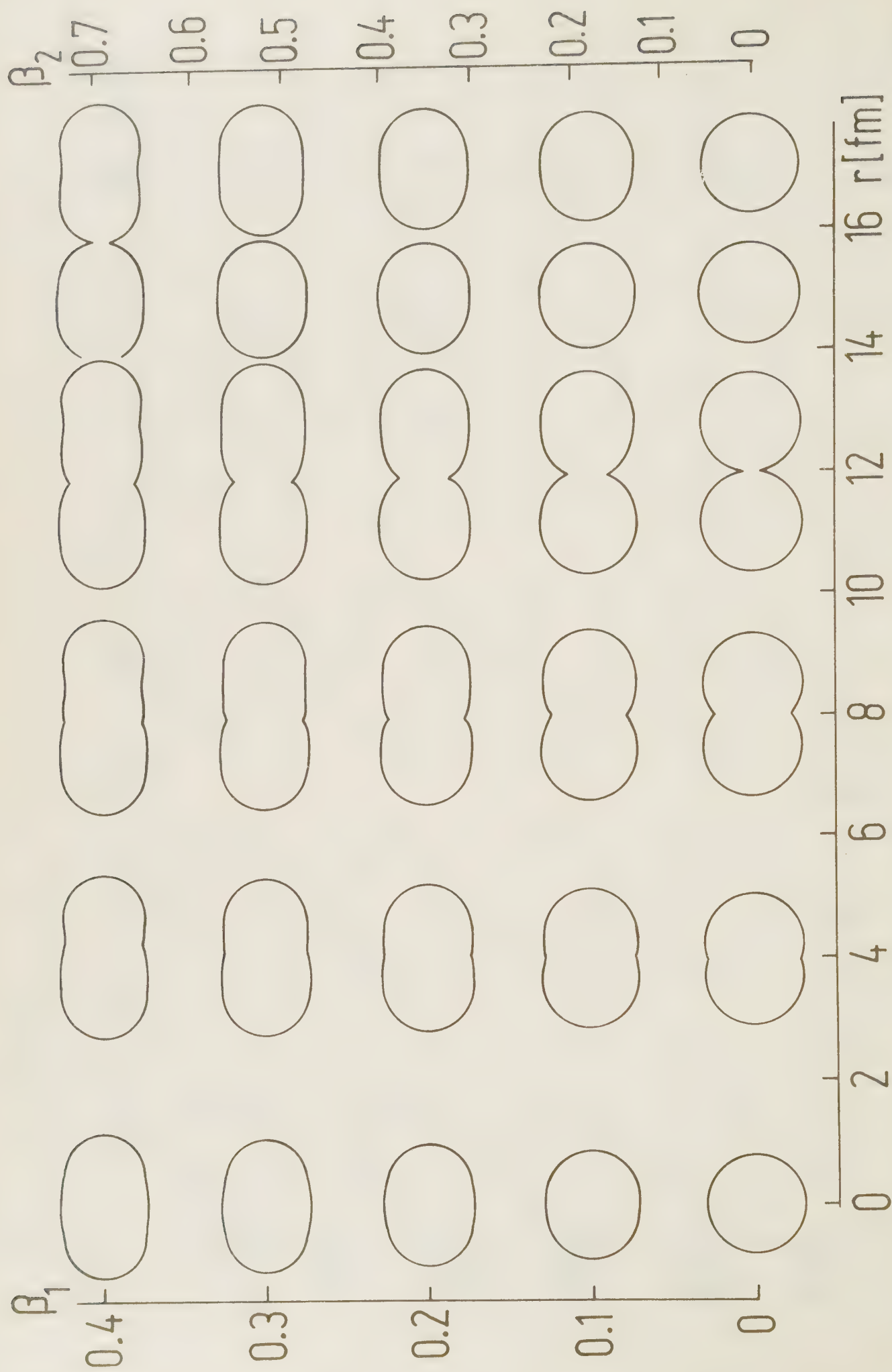
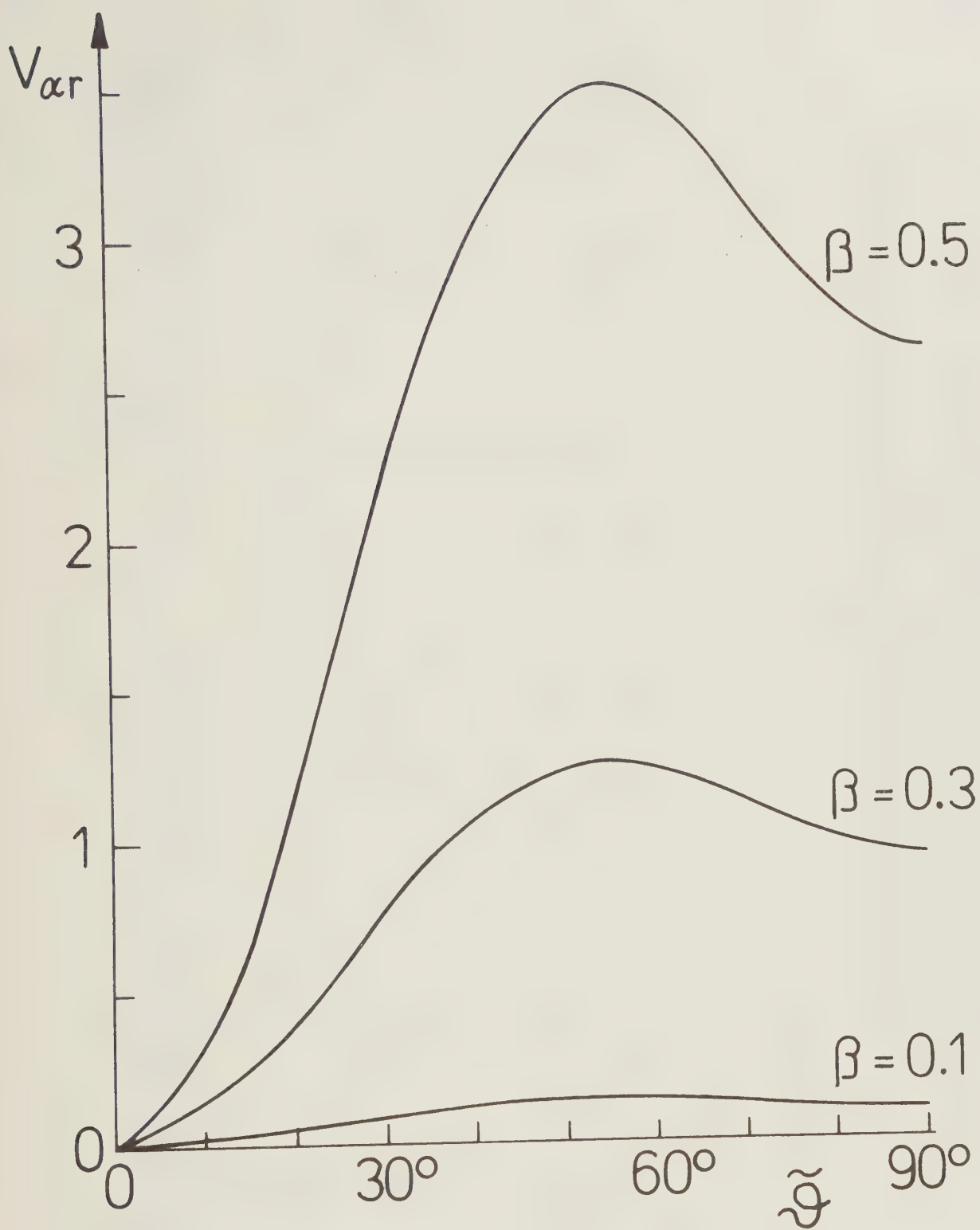
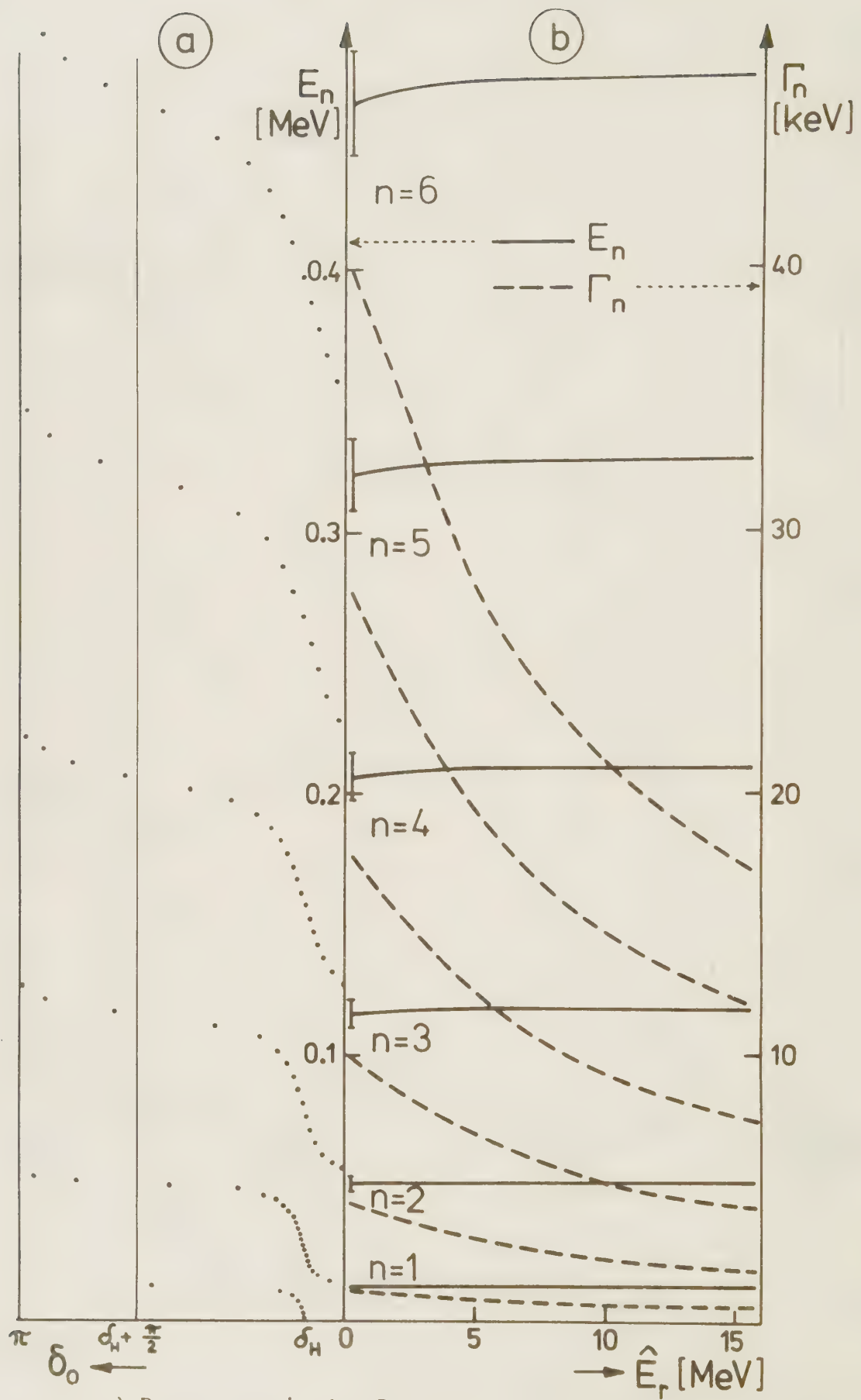


Abb. 2.5

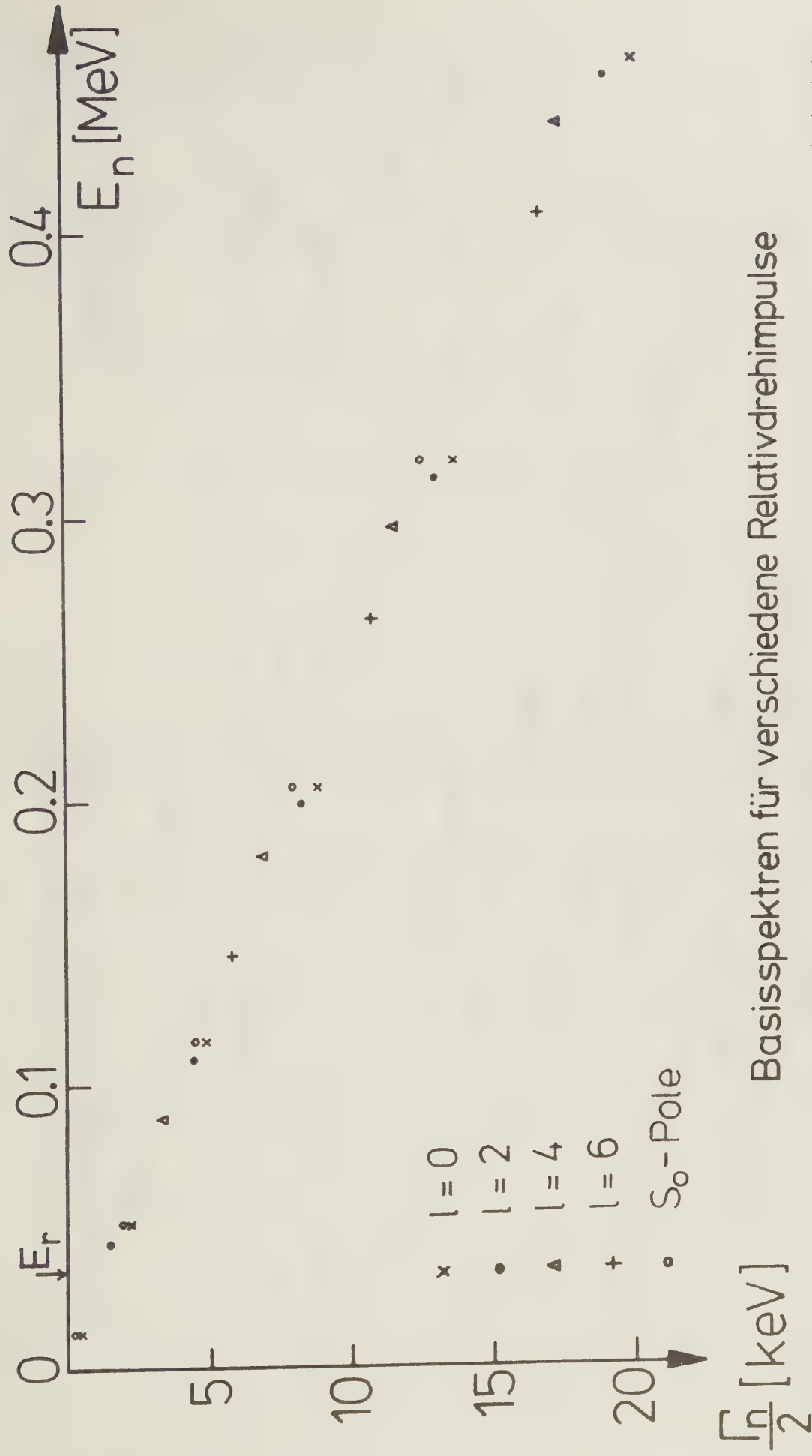


Korrelationspotential

Abb. 2.6



l=0 a) Resonanzen in der Phasenshift-Analyse
b) Kompl. Spektrum in Abh. v. d. Randbed.energie



Basisspektren für verschiedene Relativdrehimpulse

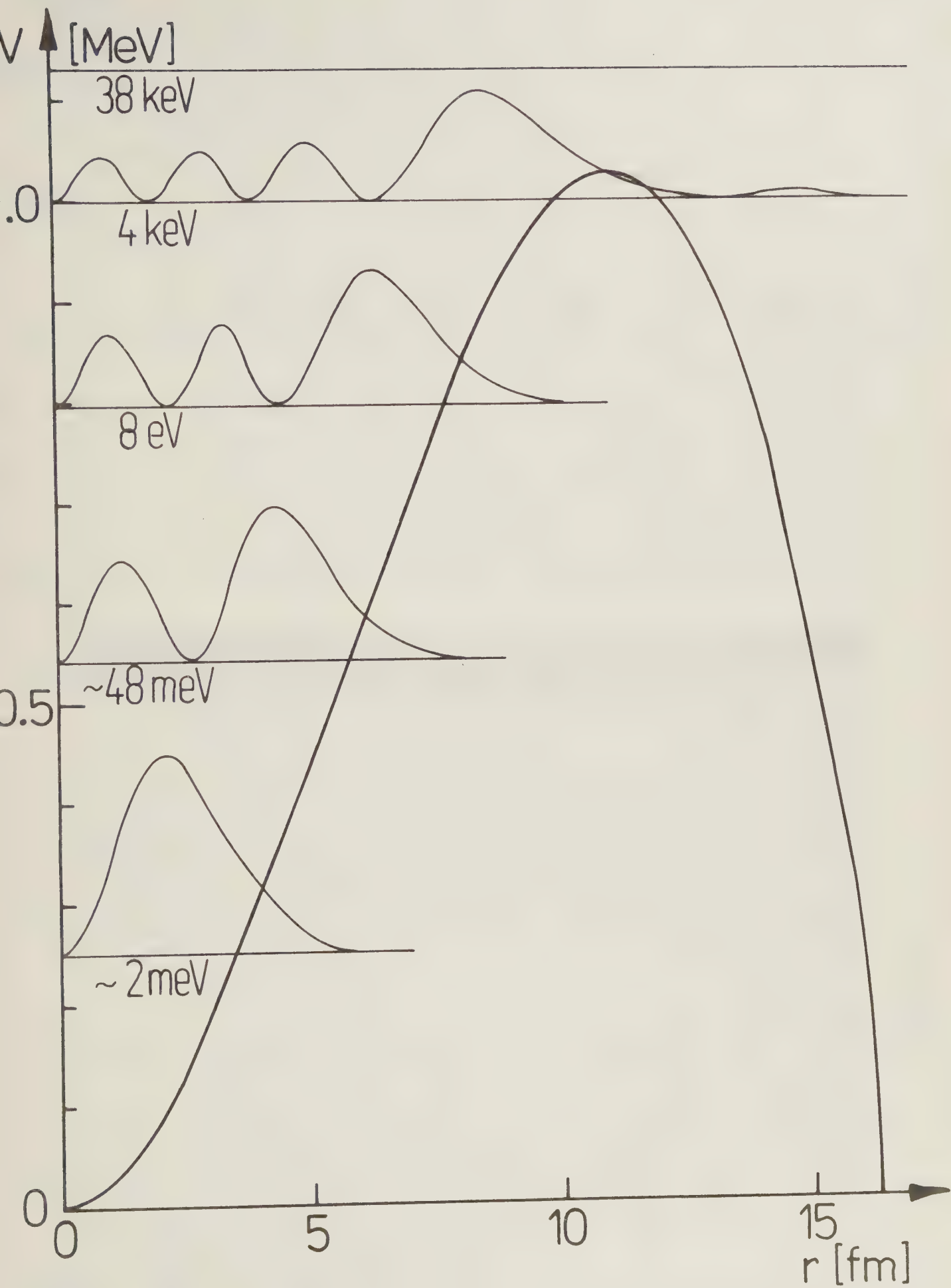


Abb. 4.3

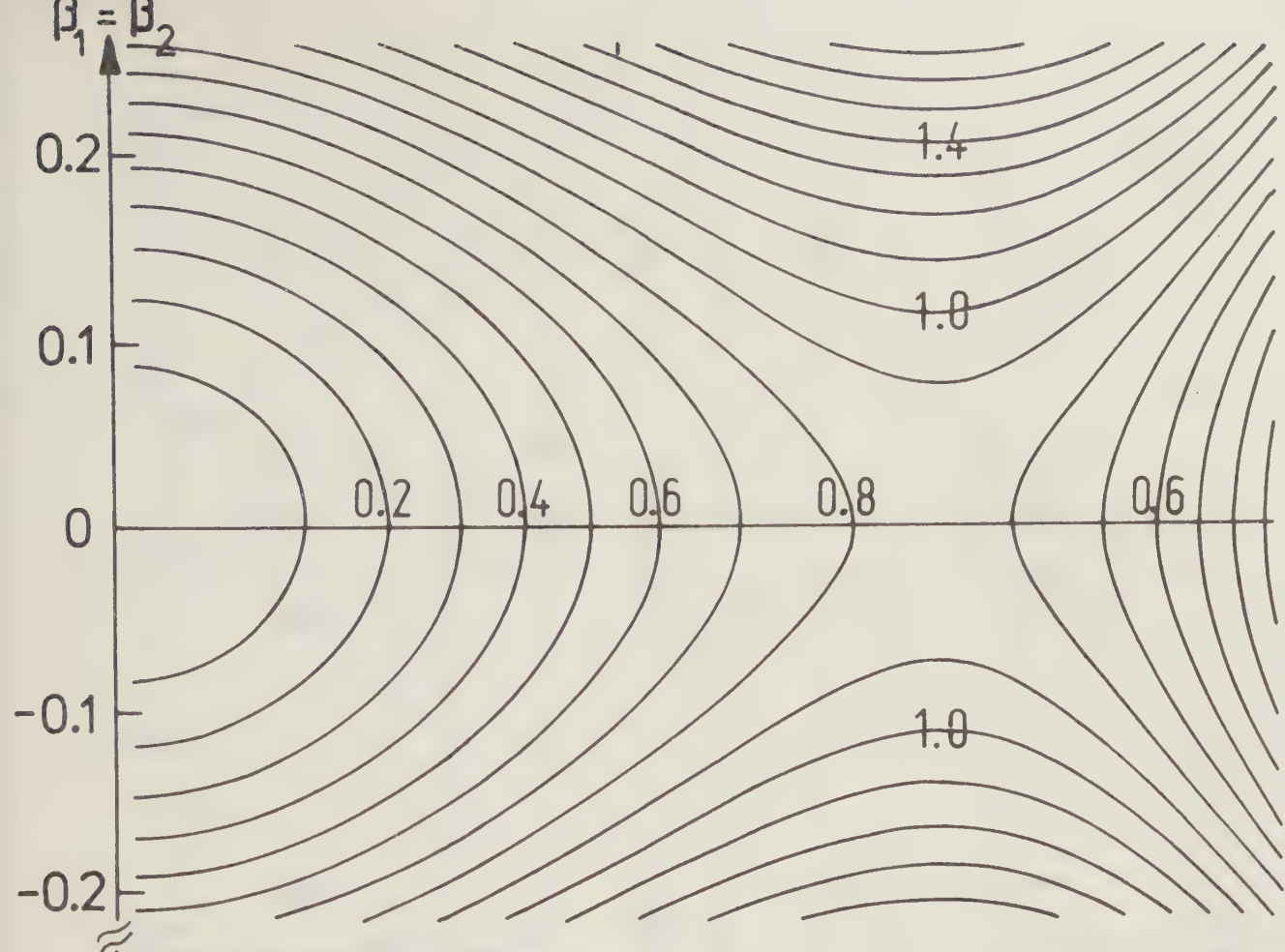


Abb. 4.4

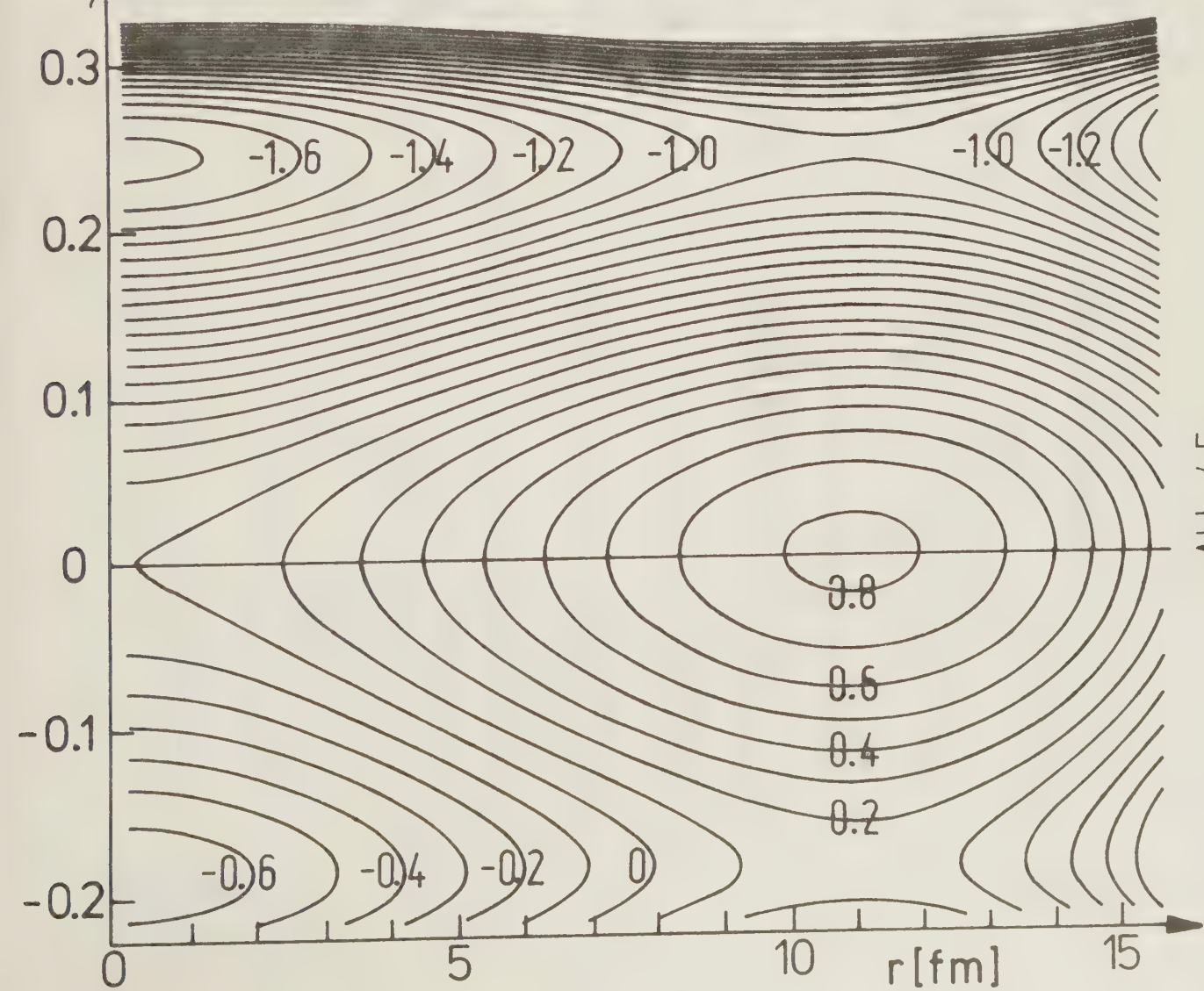


Abb. 4.5



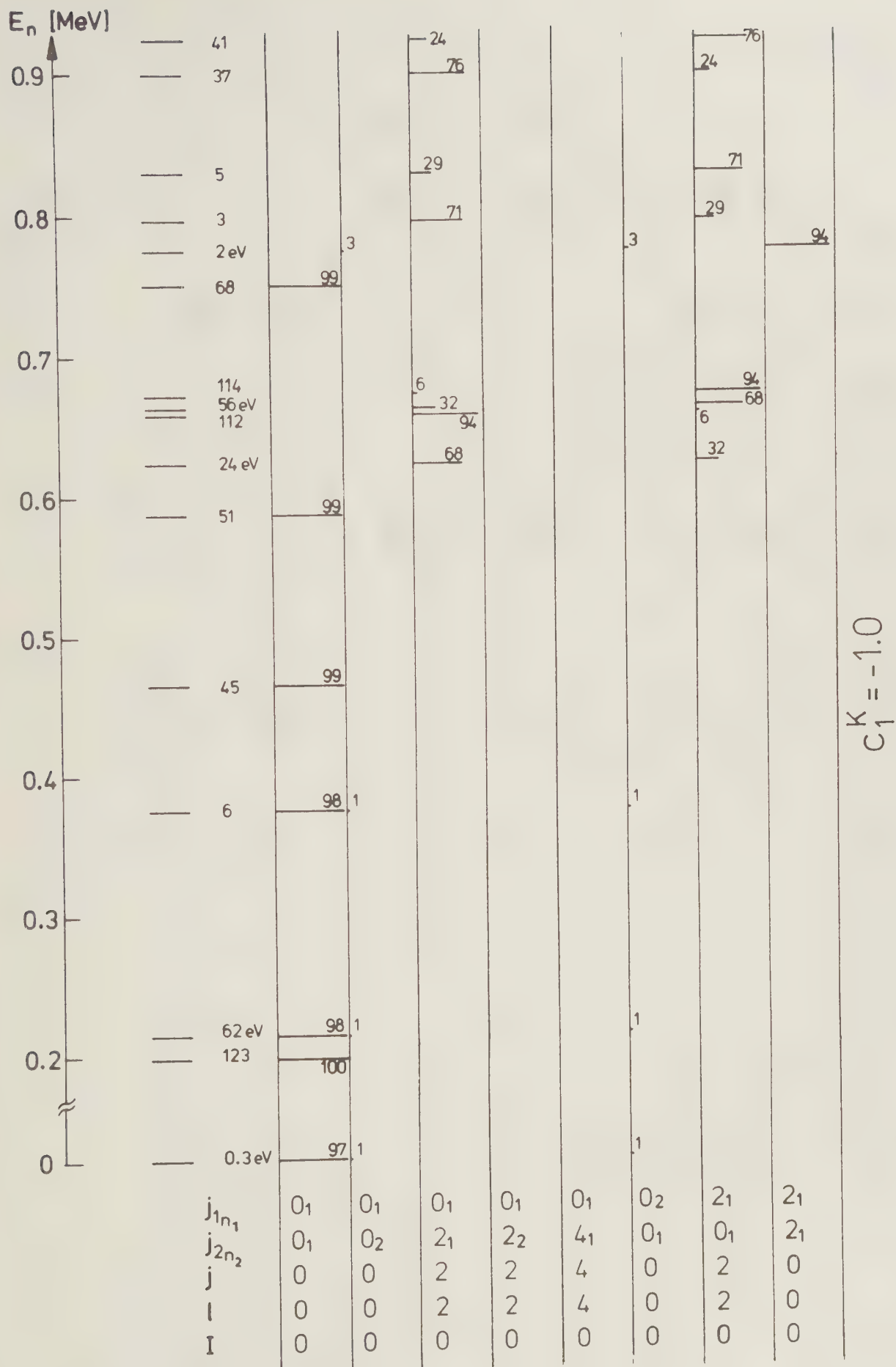
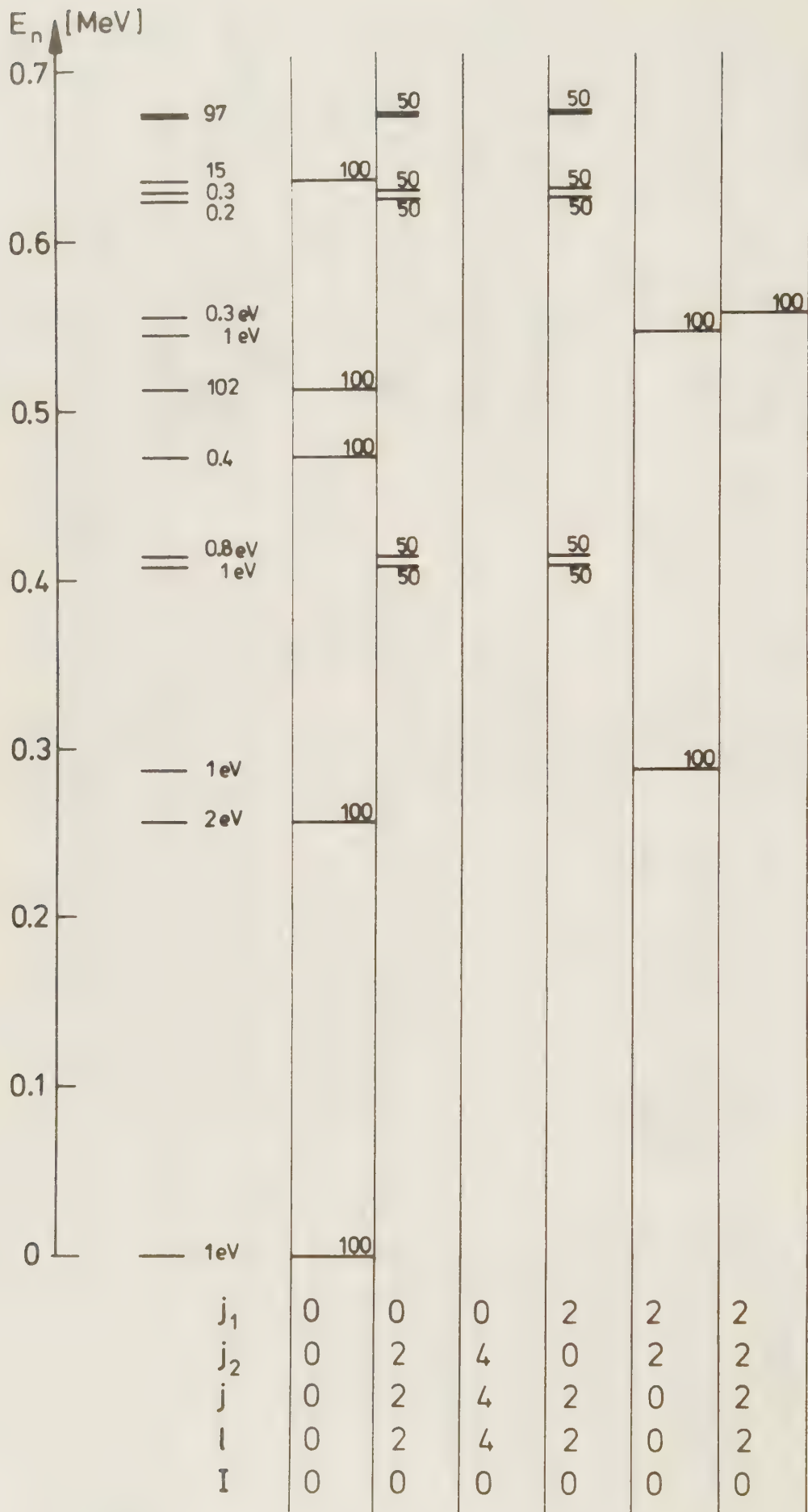


Abb. 4.7



$$C_1^K = -0.1$$

Abb. 4.8

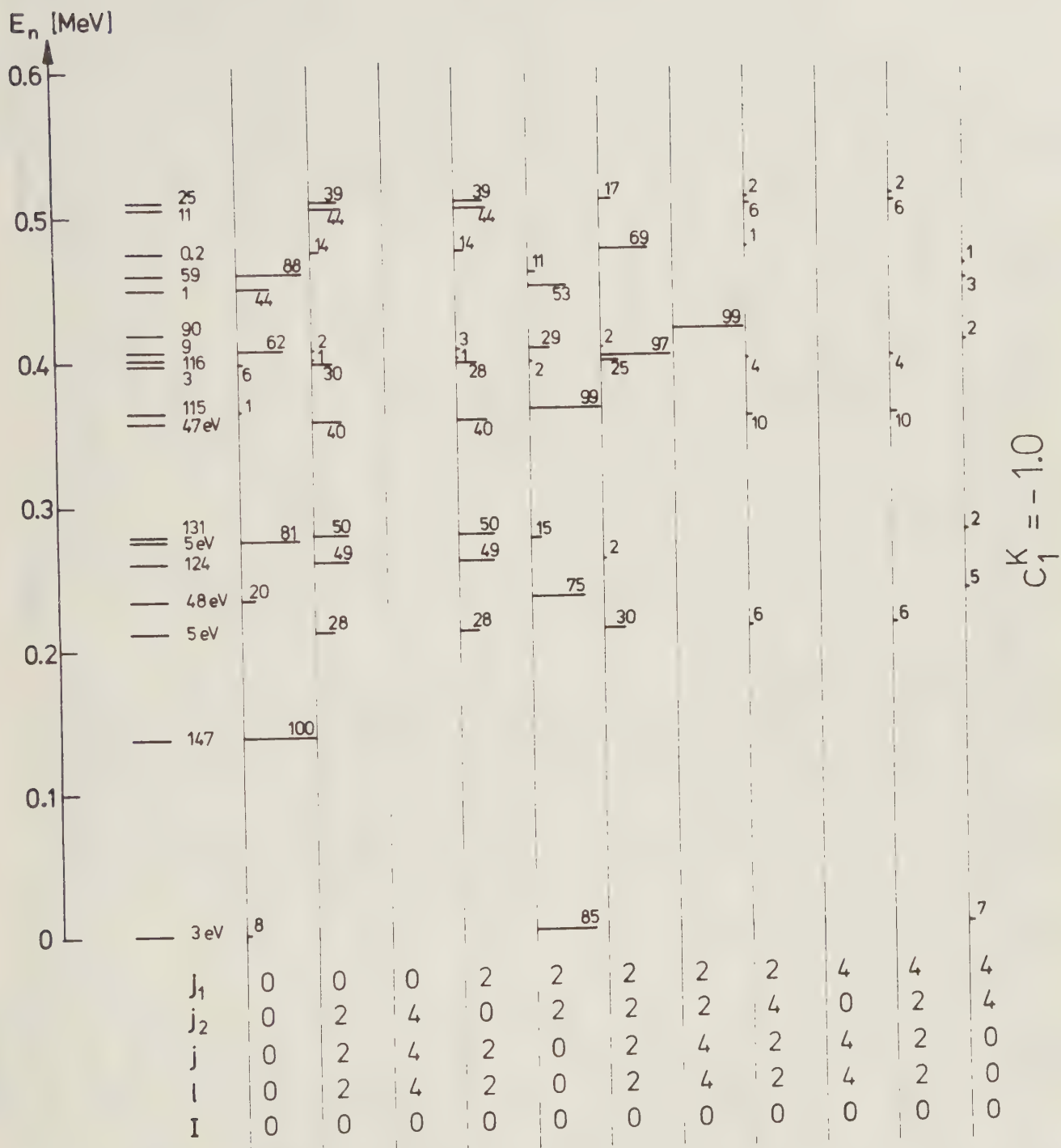


Abb. 4.9

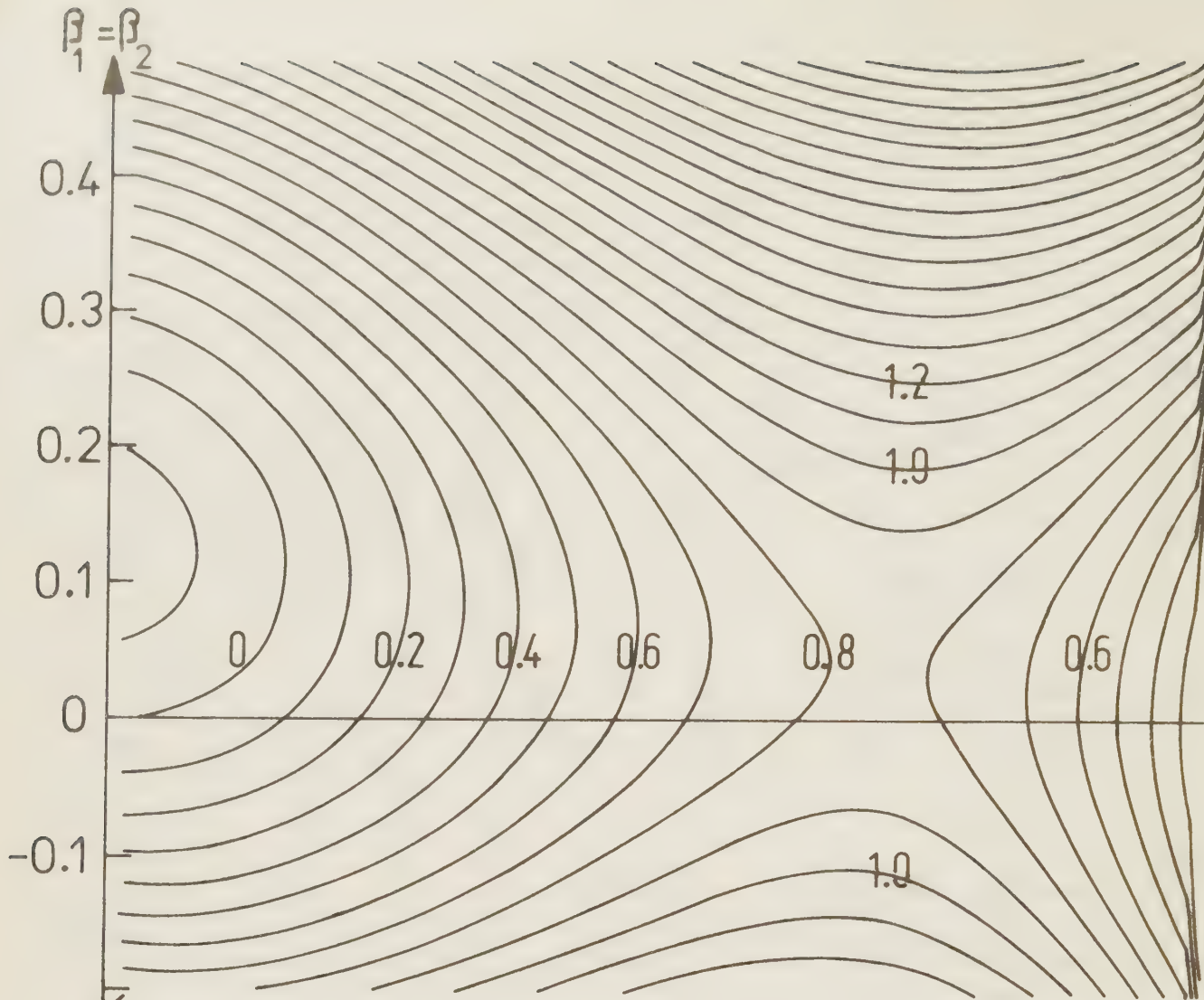


Abb. 4.10

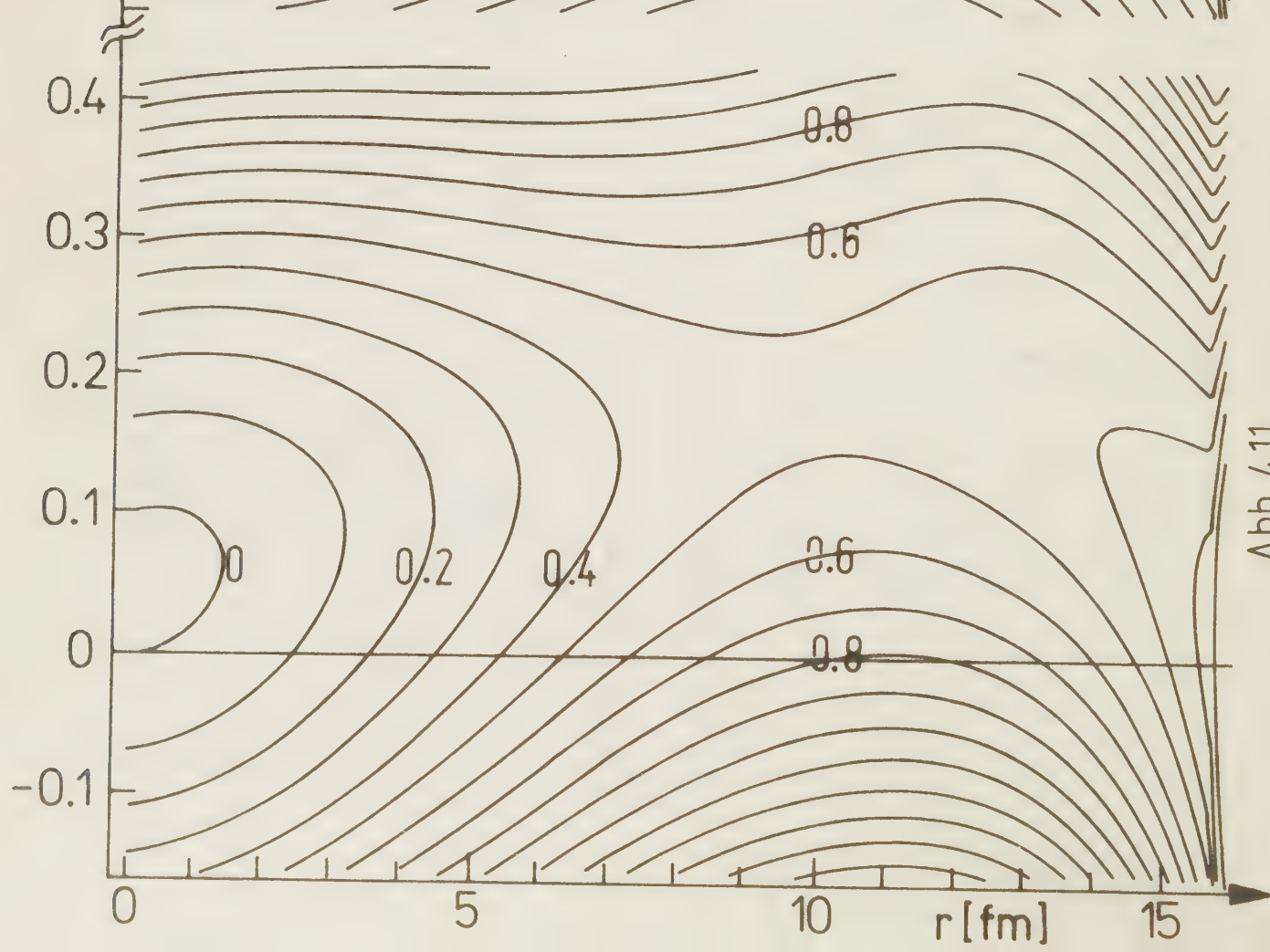


Abb. 4.11

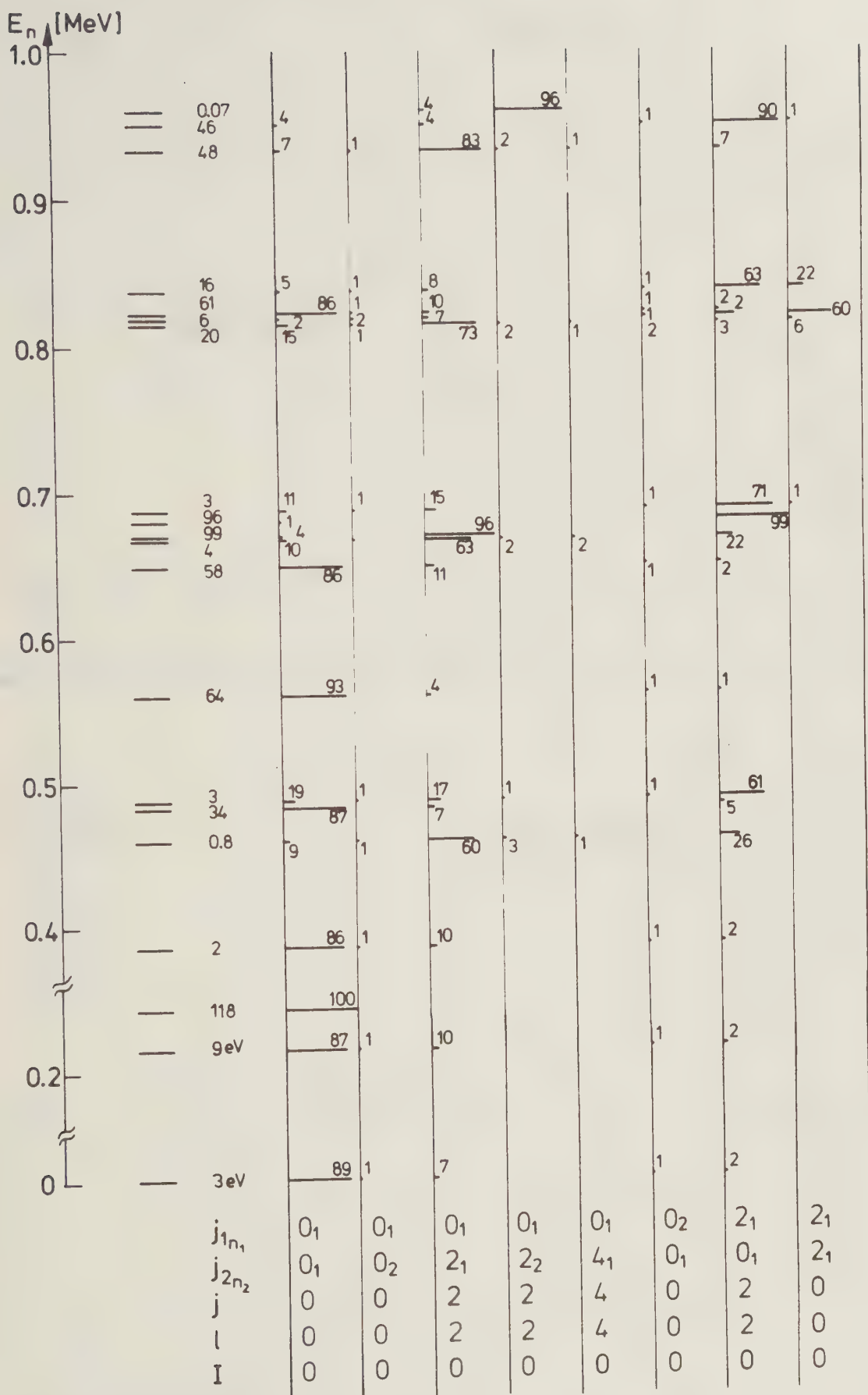
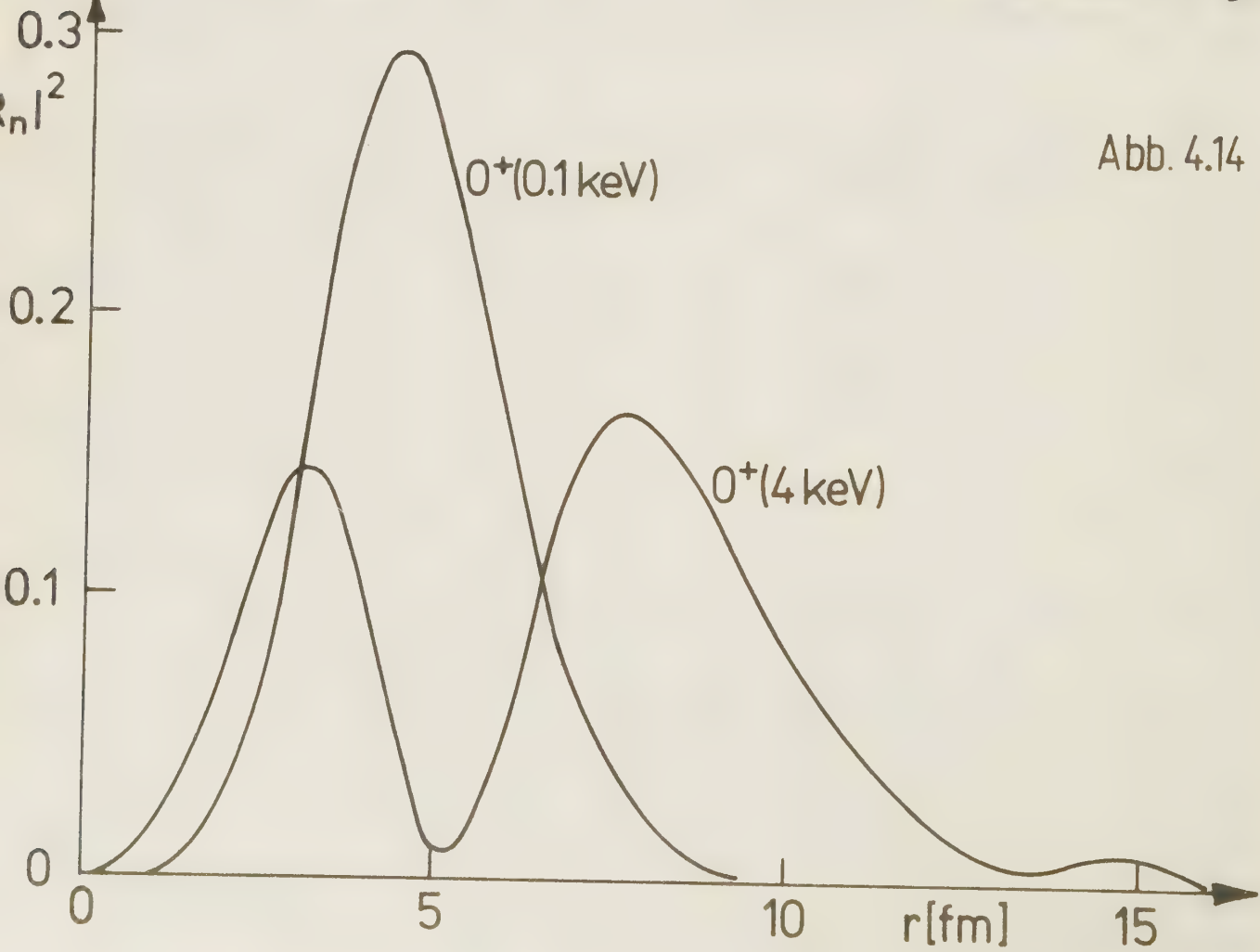
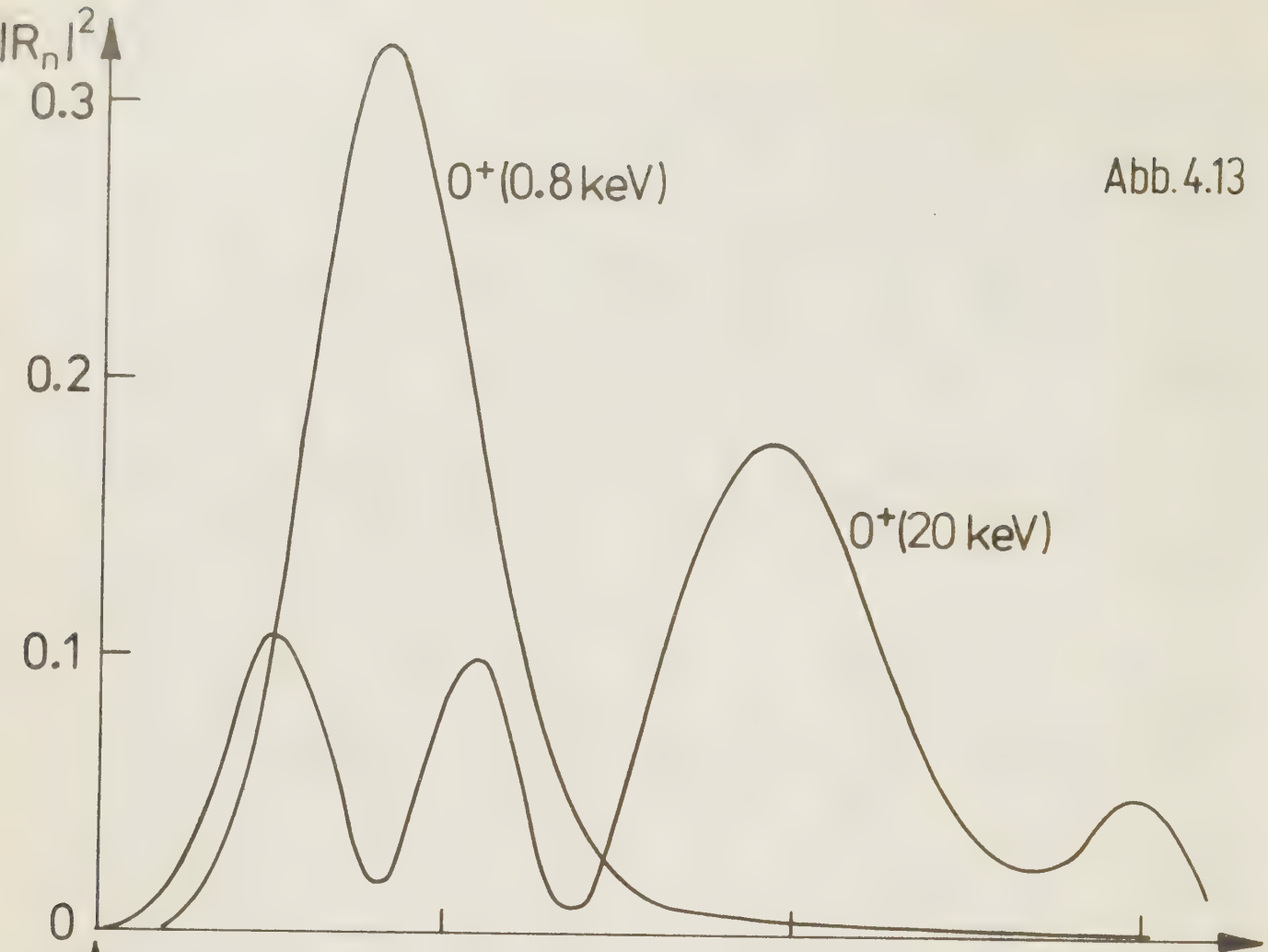
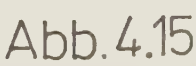


Abb. 4.12





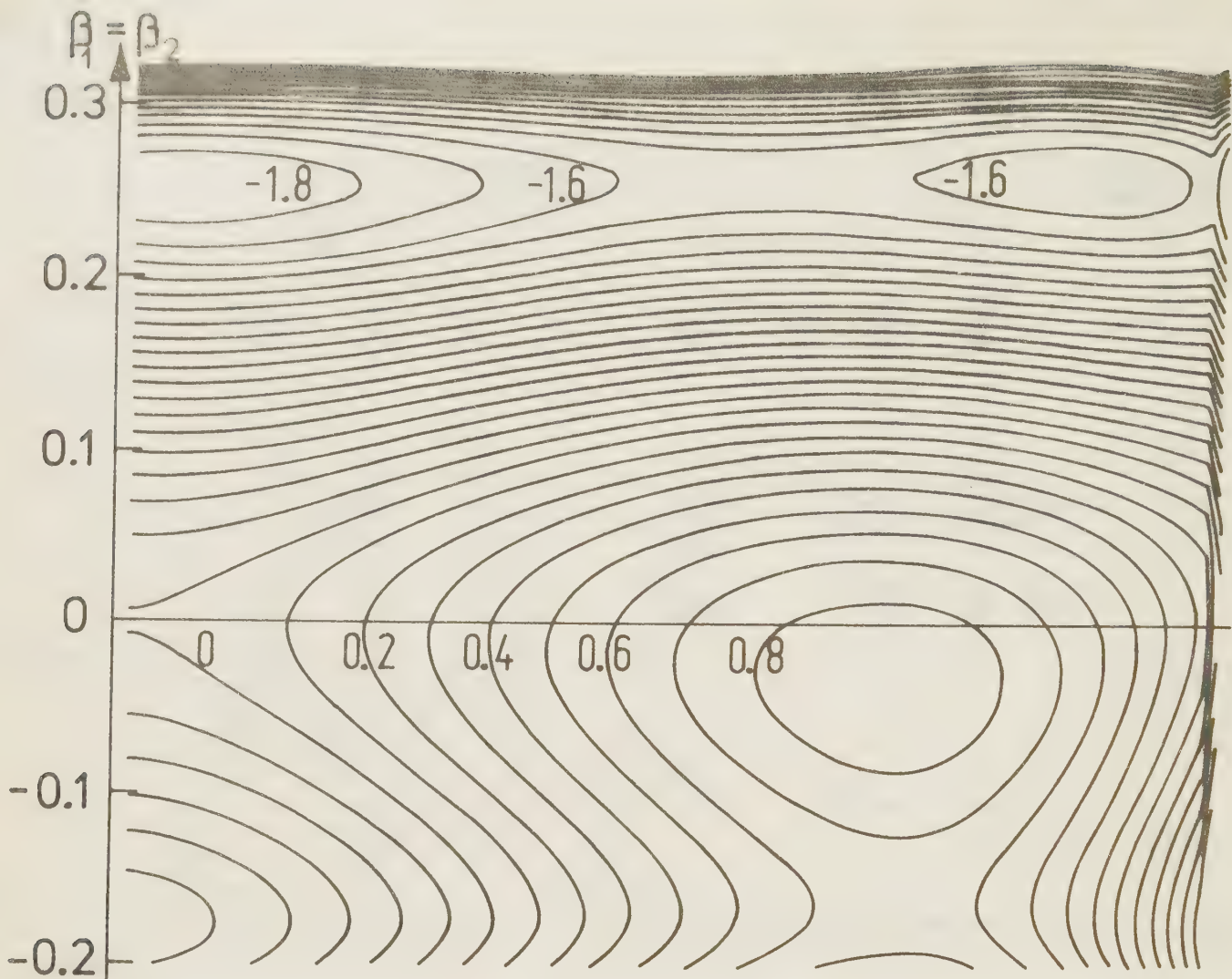


Abb. 4.16

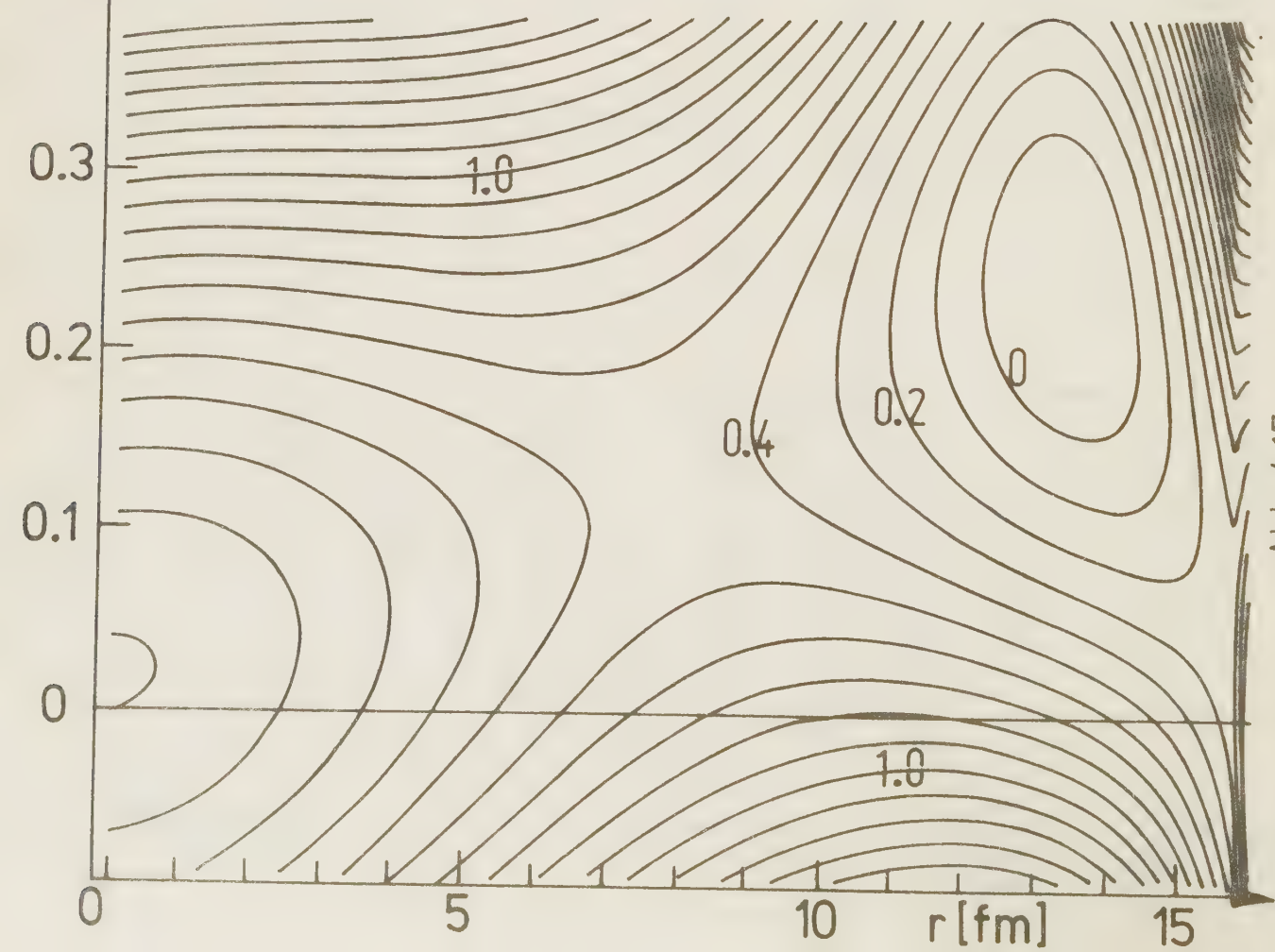


Abb. 4.17

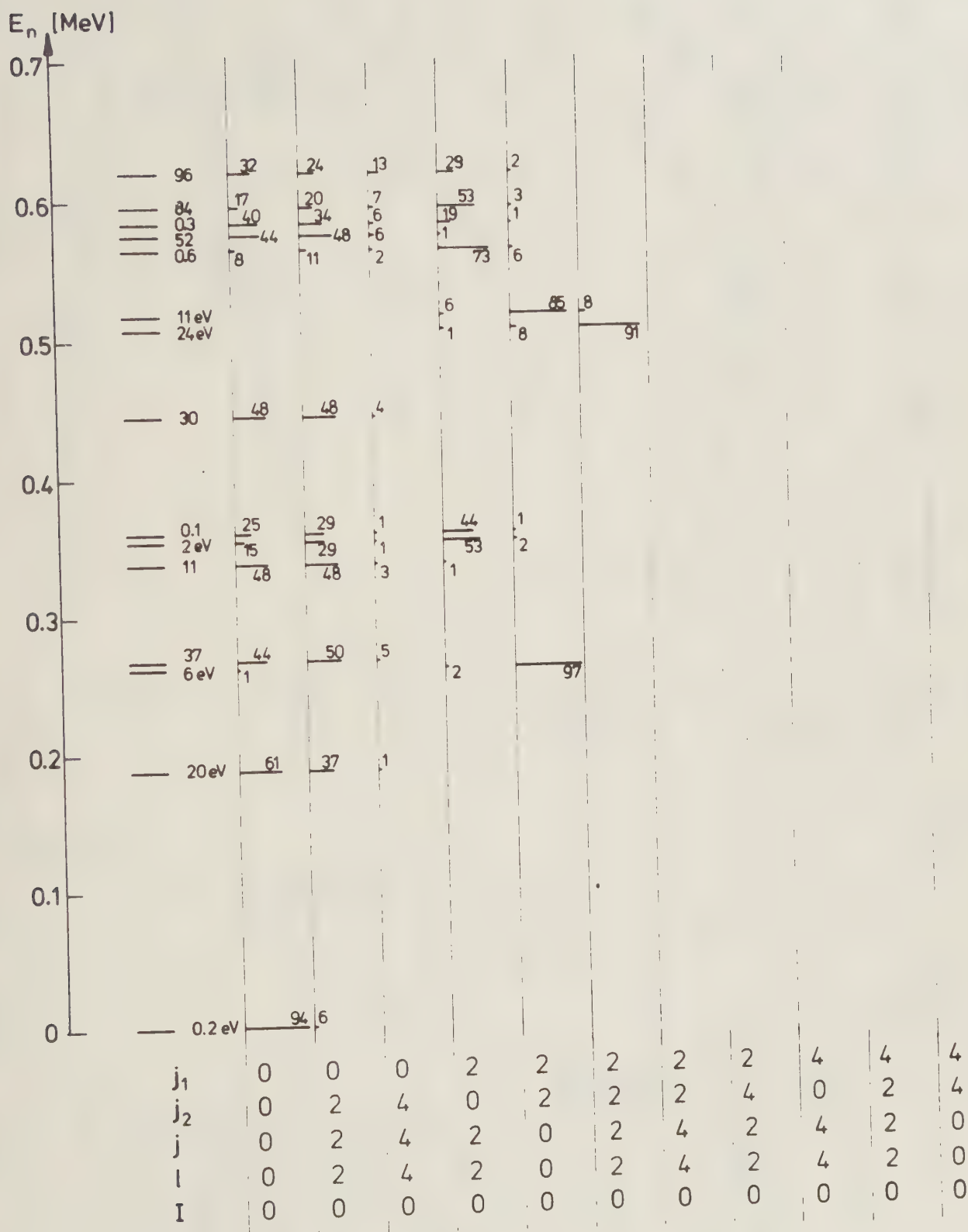


Abb. 4.18

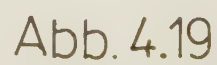
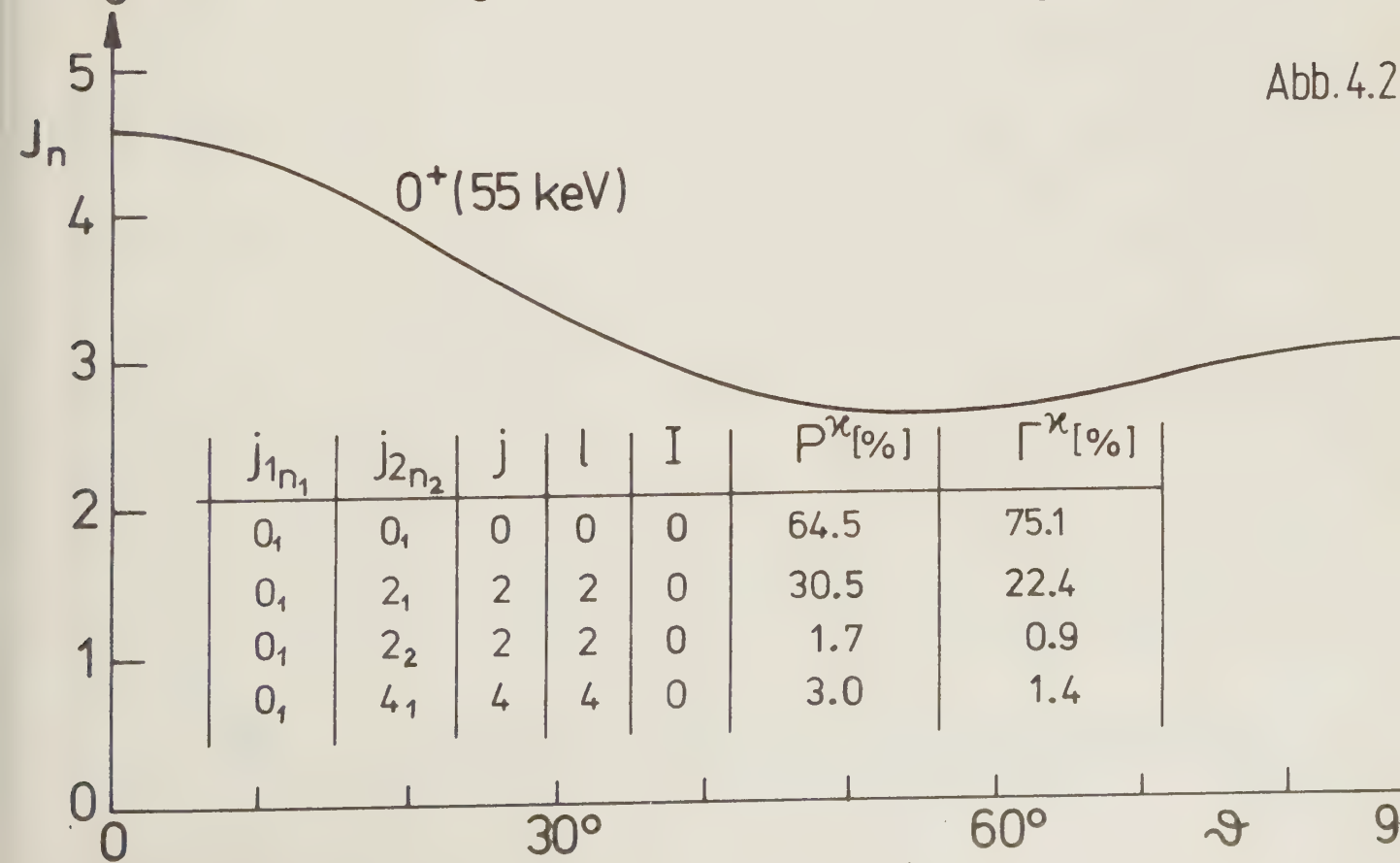
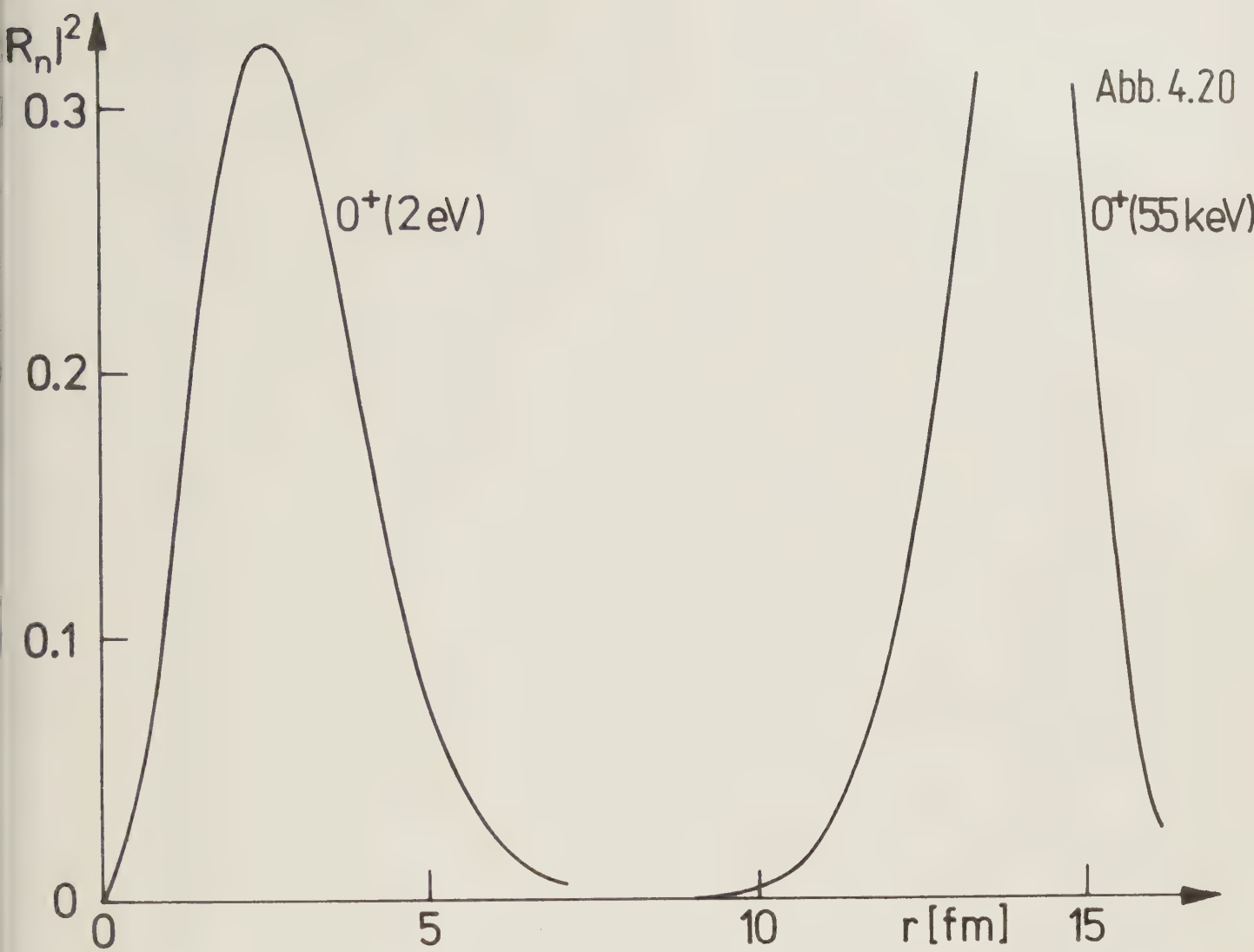


Abb. 4.19



Tab. Alb : Multiplizitäten $SU(7) \rightarrow 0(3)$

$\{l\}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
$[p]$																																		
0		1																																
1		0	0	1																														
2		1	0	1	0	1	0	1																										
3		0	1	0	2	1	1	1	0	1																								
4		2	0	2	1	3	1	3	1	2	1	1	0	1																				
5		0	2	1	4	2	4	3	4	2	3	2	2	1	1	0	1																	
6		3	0	4	3	6	3	7	4	6	4	5	2	4	2	2	1	1	0	1														
7		0	4	2	7	5	8	7	9	6	9	6	7	5	3	4	2	2	1	1	0	1												
8		4	1	7	5	11	7	13	9	13	10	12	8	11	7	8	5	6	3	4	2	2	1	1	0	1								
9		0	6	4	12	9	14	13	17	13	18	14	16	13	14	10	12	8	6	6	3	4	2	2	1	1	0	1						
10		6	2	11	9	17	13	22	17	23	19	24	18	23	17	19	15	16	11	13	8	9	6	6	3	4	2	2	1	1	0	1		

Tab. Alc : Multiplizitäten $SU(9) \rightarrow 0(3)$

0	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Tab. A2b : Multiplizitäten $0(7) \rightarrow 0(3)$

$\{1\}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
$\langle v \rangle$	0	1	0	0	0	1																											
0	0	0	0	0	1																												
1	0	0	1	0	1	0	1																										
2	0	1	0	1	1	1	1	0	1																								
3	1	0	1	1	2	1	2	1	1	0	1																						
4	0	1	1	2	1	3	2	2	2	2	1	1	0	1																			
5	1	0	2	2	3	2	4	3	4	3	4	2	3	2	2	1	1	0	1														
6	0	2	1	3	3	4	4	5	4	6	4	5	4	3	4	3	2	2	1	1	0	1											
7	1	1	3	2	5	4	6	5	7	6	7	6	7	5	6	4	5	3	3	2	2	1	1	0	1								
8	0	2	2	5	4	6	6	8	7	9	8	9	8	9	7	8	6	6	5	5	3	3	2	2	1	1	0	1					
9	2	1	4	4	6	6	9	8	10	9	12	10	12	10	11	10	10	8	9	6	7	5	5	3	2	2	1	1	0	1			
10																																	

Tab. A2c : Multiplizitäten $0(9) \rightarrow 0(3)$

0	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Tab. A3b : Grundtensoren $\lambda = 3$

	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
p																						
0		1																				
1		0	0	0	1																	
2		0	0	1	0	1	0	1														
3		0	1	0	1	1	1	1	0	1												
4		1	0	1	1	2	1	2	1	1	0	1										
5		0	1	1	1	1	3	2	3	2	2	2	1	1	0	1						
6		1	0	1	2	2	2	3	3	4	3	4	2	3	2	2	1	1	0	1		

Tab. A3c : Grundtensoren $\lambda = 4$

	0	1	0	0	0	1																	
0		1																					
1		0	0	0	0	1																	
2		0	0	1	0	1	0	1	0	1													
3		1	0	1	1	1	1	2	1	1	1	0	1										
4		1	0	2	1	2	2	3	2	3	2	3	1	2	1	1	0	1					
5		1	1	2	2	2	4	4	4	5	4	5	4	4	3	2	2	1	1	0	1		

Meinem Lehrer, Herrn Prof. Dr. W.Greiner,danke ich für die Anregung und Unterstützung dieser Arbeit.

Herr Prof. Dr. Scheid hat die Arbeit durch wertvolle Diskussionen und Ratschläge entscheidend beeinflußt.

Ferner danke ich meinen Kollegen vom Institut für Theoretische Physik, insbesondere Herrn Dr. Gneuß, sowie Ludwig von Bernus, Tihomir Morović und Hans-Joachim Scheefer.

Frau Utschig danke ich für die Anfertigung der Abbildungen und Herrn Brose für den Druck der Arbeit.

Die numerischen Rechnungen wurden am Zentralen Recheninstitut der Johann-Wolfgang-Goethe-Universität Frankfurt/Main ausgeführt.

LEBENS LAUF

geb. am 24.2.44 in Halle/Saale als Sohn des Luftwaffenoffiziers Norbert Kappatsch und seiner Ehefrau Gertraude, geb. Ogiewa,
1949 Übersiedlung nach Stierstadt im Taunus, 1952 nach Frankfurt/M,
März 1963 Abitur auf dem Liebig-Realgymnasium,
April 1963 bis März 1965 Wehrdienst, anschließend Studium in Frankfurt (Mai 1967 Vordiplom), ab April 1968 in Grenoble (Juni 1969 Diplôme d'études supérieures), Diplomarbeit auf dem Gebiet der nuklearen Festkörperphysik am Kernforschungszentrum Grenoble, Juli 1970 Diplom in Frankfurt, seit Februar 1971 wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Theoretische Physik.

Meine akademischen Lehrer waren die Herren Professoren

W. Greiner, W. Martienssen, H.J. Queisser, E.A. Behrens
F. Stummel, F.W. Bauer, H. O'Daniel, P. Royen, E. Schopper
B. Mrowka, E. F. Bertaut, Y. Ayant.

